

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΤΟΥ
ΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

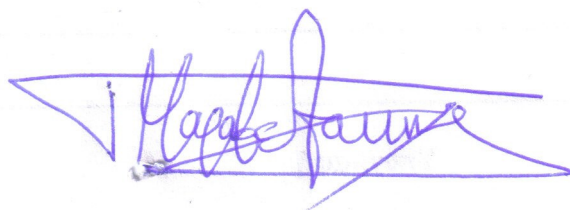
Χαράλαμπος Λεμονίδης

**Καθηγητής,
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**



Πέτρος Ε. Μαραβελάκης

**Λέκτορας,
Τμήμα Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Πανεπιστήμιο Πειραιώς**



Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	4
1.1. Τι είναι αριθμητισμός;	4
2. Γενικές αρχές	8
3. Η Αξιολόγηση	9
4. Η Τεχνολογία	15
5. Διδασκαλία και Διδακτική Μεθοδολογία	18
6. Πώς χρησιμοποιείται αυτό το κείμενο (οδηγός εκπαιδευτικού)	20
7. Τροχιές περιεχομένων	24
7.1. Η Τροχιά Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης	24
7.1.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης	26
7.1.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης	30
7.2. Η Τροχιά Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα	34
7.2.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα	36
7.2.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα	37
7.3. Η Τροχιά Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις	38
7.3.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις	41
7.3.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις	44
7.4. Η Τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες	45
7.4.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες	47
7.4.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες	50

7.5. Ενδεικτικές δραστηριότητες σε διάφορα θέματα	51
Γλωσσάρι	53
Αναφορές	55

1. Εισαγωγή

Στα Σχολεία Δεύτερης Ευκαιρίας (ΣΔΕ) για την εκπαίδευση ενηλίκων που ξεκίνησαν να λειτουργούν στην Ελλάδα το 2000, το πρώτο πρόγραμμα σπουδών για τον αριθμητισμό εφαρμόστηκε το 2003. Μετά από δέκα χρόνια εφαρμογής του προγράμματος αυτού με το παρόν κείμενο επιχειρείται η αναβάθμιση και ο εκσυγχρονισμός του. Η αναβάθμιση αυτή έγινε με βάση την εμπειρία, τις απόψεις και κριτική των εκπαιδευτικών στην Ελλάδα, αλλά και τη σύγχρονη διεθνή εμπειρία και έρευνα στο θέμα της εκπαίδευσης ενηλίκων στον αριθμητικό γραμματισμό. Τα βασικά σημεία του εκσυγχρονισμού στο κείμενο αυτό είναι τα εξής:

- Ουσιαστικότερη και βαθύτερη θεμελίωση της εκπαίδευσης ενηλίκων στον αριθμητικό γραμματισμό με βάση τη σύγχρονη έρευνα και εμπειρία και μεγαλύτερη διαφοροποίηση από την τυπική εκπαίδευση των μαθηματικών.
- Ενσωμάτωση στο νέο πρόγραμμα σπουδών όλων των περιεχομένων και των επιμέρους στόχων τους με τη λογική των τροχιών μάθησης.
- Παρουσίαση των περιεχομένων με την αναπτυξιακή λογική σε πέντε επίπεδα τα οποία αντιστοιχούν στις τάξεις των Σχολείων Δεύτερης Ευκαιρίας.
- Ενδεικτικά και πρωτότυπα παραδείγματα διδασκαλιών από τους εκπαιδευτικούς των ΣΔΕ που αποκομίστηκαν όλα αυτά τα χρόνια.
- Έμφαση στη χρήση των ΤΠΕ στην διδασκαλία του αριθμητισμού στα ΣΔΕ.

1.1. Τι είναι ο αριθμητισμός;

Στο χώρο της εκπαίδευσης των μαθηματικών για ενήλικες χρησιμοποιούνται οι όροι όπως 'αριθμητισμός' (numeracy), αριθμητισμός ενηλίκων (adult numeracy), μαθηματικά και αριθμητισμός, μαθηματικός γραμματισμός (mathematical literacy) και κριτικός αριθμητισμός (critical numeracy). Ο όρος αριθμητισμός χρησιμοποιήθηκε επίσημα για πρώτη φορά το 1959 στην έκθεση Crowther (Crowther Report, 1959), και στον όρο αυτό αποδίδονταν η εξής σημασία, *“η ελάχιστη γνώση από μαθηματικά και επιστημονικά αντικείμενα, τα οποία διαθέτει κάποιο άτομο με σκοπό να θεωρηθεί μορφωμένο”*. Σήμερα, η απόκτηση του

επιπέδου του αριθμητισμού σημαίνει την ανάπτυξη κάποιων βασικών μαθηματικών ικανοτήτων, οι οποίες εφαρμόζονται σε διάφορες καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Ο *αριθμητισμός* ή *αριθμητικός γραμματισμός* αναπτύχθηκε μέσα στα πλαίσια της γενικότερης έννοιας του *γραμματισμού*. Το τι σημαίνει να είναι κάποιος ενάριθμος και εγγράμματος αλλάζει σύμφωνα με το πολιτισμικό, επιστημονικό και τεχνολογικό επίπεδο των κοινωνιών. Η σύγχρονη κοινωνία στα ανεπτυγμένα κράτη κυριαρχείται από την τεχνολογική ανάπτυξη της οποίας βασική δομή αποτελούν τα μαθηματικά. Βρισκόμαστε στην εποχή της πληροφορίας και της ανάγκης διαχείρισης των πληροφοριών. Επομένως, σήμερα για έναν πολίτη μιας ανεπτυγμένης κοινωνίας οι απαιτήσεις για μαθηματικές γνώσεις είναι πολύ μεγαλύτερες και διαφορετικές από άλλες εποχές. Ο Paulos (1998) ονομάζει *innumeracy* – *αναριθμησία* – την άγνοια βασικών αριθμητικών γνώσεων και θεωρεί ότι μπορεί να είναι σοβαρή αδυναμία σε πολλούς τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, είτε στο σπίτι και την ιδιωτική ζωή είτε στην εργασία και την καριέρα είτε και στη δημόσια και επαγγελματική ενασχόληση.

Η γνώση των σχολικών μαθηματικών δεν αρκεί και δεν συνεπάγεται αυτόματη μεταφορά και εφαρμογή τους στην καθημερινότητα, ώστε ένα άτομο να αντιμετωπίζει τις καθημερινές του ανάγκες στα μαθηματικά και να θεωρείται μαθηματικά ενάριθμο.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας από τους πρώτους ορισμούς του όρου *ενάριθμος*, που αναφέρεται ευρέως από τους εκπαιδευτικούς των μαθηματικών και εμφανίζεται στην Αναφορά Cockcroft της Βρετανικής κυβέρνησης, η οποία αποτελεί σταθμό στον επαναπροσδιορισμό των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης στην Αγγλία (Cockcroft, 1982, παρ. 34):

Θα επιθυμούσαμε η λέξη **ενάριθμος** να αποδίδει την ταυτόχρονη ύπαρξη δύο χαρακτηριστικών. Το πρώτο από αυτά είναι η εξοικείωση με τους αριθμούς και η ικανότητα να χρησιμοποιεί κανείς μαθηματικές δεξιότητες που δίνουν την δυνατότητα σε ένα άτομο να αντιμετωπίζει τις πρακτικές απαιτήσεις της καθημερινής ζωής. Το δεύτερο είναι η ικανότητα του ατόμου να εκτιμά και να κατανοεί τις

πληροφορίες που παρουσιάζονται με μαθηματικούς όρους, για παράδειγμα με γραφικές παραστάσεις, διαγράμματα ή πίνακες ή με αναφορές σε ποσοστά αύξησης ή μείωσης. Συνολικά, αυτά σημαίνουν ότι ένα ενάριθμο άτομο θα πρέπει να είναι ικανό να αξιολογεί και να καταλαβαίνει μερικούς από τους τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως μέσο επικοινωνίας.

Σε πολλούς πιο σύγχρονους ορισμούς ο αριθμητισμός θεωρείται πλαισιωμένος, όπως στο παρακάτω ορισμό του Coben (2000, σελ. 35):

Για να γίνει κάποιος ενάριθμος σημαίνει να γίνει επαρκής, βέβαιος και άνετος σχετικά με τις αποφάσεις για το **αν θα** χρησιμοποιήσει τα μαθηματικά σε μια συγκεκριμένη κατάσταση και, αν ναι, **ποια** μαθηματικά να χρησιμοποιήσει, **πώς** να το κάνει, ποιος **βαθμός ακρίβειας** είναι κατάλληλος, και τι σημαίνει η απάντηση, σε σχέση με το πλαίσιο.

Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η αριθμητική ως μαθηματικό περιεχόμενο είναι κάτι διαφορετικό από τον αριθμητισμό, αλλά και γενικότερα τα μαθηματικά και ο μαθηματικός γραμματισμός είναι διαφορετικές περιοχές που θα μπορούσαν να θεωρηθούν συμπληρωματικές. Ο O'Donoghue ισχυρίζεται ότι ο αριθμητισμός και τα μαθηματικά δεν είναι όροι που επιδέχονται αμοιβαία εναλλαγή και θεωρεί ότι ο αριθμητισμός περιλαμβάνει μερικά στοιχεία των μαθηματικών παρά το αντίστροφο.

Τα μαθηματικά και ο αριθμητισμός δεν συγκλίνουν. Ούτε ο αριθμητισμός είναι ένα τυχαίο ή αυτόματο υποπροϊόν της μαθηματικής εκπαίδευσης σε οποιοδήποτε επίπεδο. Όταν ο στόχος είναι ο αριθμητισμός κάποια μαθηματικά θα συμμετέχουν, αλλά οι μαθηματικές δεξιότητες από μόνες τους δεν αποτελούν αριθμητισμό. (O'Donoghue, 2003:8)

Ο όρος “αριθμητισμός” χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο ενώ οι όροι “ποσοτικός γραμματισμός” και “μαθηματικός γραμματισμός” χρησιμοποιούταν στο παρελθόν. Ο αριθμητισμός προϋποθέτει τα μαθηματικά, αλλά δίνει έμφαση στις διαδικασίες, στην κατανόηση, χρήση σε καταστάσεις της “πραγματικής ζωής” και την επικοινωνία. Ο όρος χρησιμοποιείται μερικές φορές για να οριοθετήσει τα μαθηματικά που αφορούν τις βασικές ικανότητες, αλλά ίσως απαιτείται μια πιο ευρεία αντίληψη, όπως εξηγείται στην παρακάτω αναφορά:

[...] Δεν υπάρχει ένα συγκεκριμένο επίπεδο των Μαθηματικών που συνδέεται με αυτό [του αριθμητισμού]: είναι εξίσου σημαντικό για ένα μηχανικό να είναι ενάριθμος, όπως είναι για ένα παιδί δημοτικού σχολείου, ένα γονέα, ένα οδηγό αυτοκινήτου ή έναν κηπουρό. Τα διαφορετικά πλαίσια θα απαιτούν να ενεργοποιηθούν και να εμπλακούν διαφορετικά Μαθηματικά. (Johnston, 1994)

Παρακάτω παρατίθεται ένας ορισμός όπου περιγράφεται τι είναι αριθμητισμός και τι σημαίνει ενάριθμος ενήλικας (Gal et. al., p. 12, 1999):

Η ενάριθμη συμπεριφορά περιλαμβάνει:

Τη διαχείριση μιας κατάστασης ή την επίλυση ενός προβλήματος σε ένα πραγματικό πλαίσιο,

καθημερινής ζωής

εργασίας

κοινωνίας

περαιτέρω μάθησης

²

απαντώντας

με αναγνώριση ή εντοπισμό

ενεργώντας βάσει

ερμηνεύοντας

επικοινωνώντας σχετικά

την πληροφόρηση σχετικά με μαθηματικές ιδέες

ποσότητας & αριθμού

διάστασης & σχήματος

κανονικότητας και σχέσεων

δεδομένων & πιθανότητας

μεταβολής

που αντιπροσωπεύεται σε μια σειρά από τρόπους

αντικείμενα & εικόνες

αριθμούς & σύμβολα

τύπους

διαγράμματα και χάρτες

γραφήματα

πίνακες

κείμενα

**και απαιτεί την ενεργοποίηση ενός φάσματος επιτρεπτών γνώσεων,
συμπεριφορών και διεργασιών.**

μαθηματικής γνώσης και κατανόησης

μαθηματικές δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων

δεξιότητες αλφαριθμητισμού

πεποιθήσεις και στάσεις

2. Γενικές αρχές

Οι γενικές αρχές προσδιορίζουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο θα λάβει χώρα η εκπαίδευση των ενηλίκων στα ΣΔΕ. Αναφέρονται αφενός στα περιεχόμενα του αριθμητισμού και αφετέρου στους ενήλικες εκπαιδευόμενους.

Πρόγραμμα Σπουδών: Στο πρόγραμμα υπάρχει μια αναπτυξιακή πορεία των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων στα πλαίσια της πραγματικής ζωής. Η διδασκαλία των μαθηματικών εμπεριέχει εμπειρίες κατανόησης και επικοινωνίας μαθηματικών ιδεών, ανακοίνωση σκέψεων, επιχειρημάτων τεκμηρίωσης και ατομικών ή ομαδικών δράσεων.

Αξιολόγηση: Η αξιολόγηση αναπτύσσεται σύμφωνα με το πνεύμα του προγράμματος του αριθμητισμού και συμβάλει ουσιαστικά στην ανάπτυξη της μάθησης των εκπαιδευόμενων. Αυτοί συμμετέχουν ενεργά στη μάθηση, θέτουν προσωπικούς στόχους και αναπτύσσουν τον αυτοέλεγχο και αναστοχασμό.

Ισότητα: Όλοι οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να έχουν πρόσβαση στη μάθηση όλων των περιεχομένων του αριθμητισμού. Να είναι ικανοί να διαχειρίζονται τα μαθηματικά της καθημερινότητας, να εκφράζουν την άποψή τους, να παίρνουν αποφάσεις και να συμμετέχουν ενεργά στα δρώμενα της κοινωνίας.

Διδασκαλία: Η διδασκαλία των μαθηματικών αντανακλά τις δραστηριότητες της καθημερινότητας όπου οι εκπαιδευόμενοι εργάζονται ατομικά και ομαδικά. Δίνονται οι ευκαιρίες ώστε οι εκπαιδευόμενοι να στοχάζονται, να ανακαλύπτουν, να εκφράζονται, να επικοινωνούν και να τεκμηριώνουν.

Τεχνολογία: Οι ΤΠΕ αποτελούν ένα σημαντικό εργαλείο για τη διδασκαλία/ μάθηση του αριθμητισμού στα ΣΔΕ. Όλοι οι εκπαιδευόμενοι στα ΣΔΕ αποκτούν εμπειρίες μάθησης του αριθμητισμού μέσω των ΤΠΕ.

Στη συνέχεια αναπτύσσονται περεταίρω τα θέματα: της αξιολόγησης, της τεχνολογίας, της διδασκαλίας και διδακτικής μεθοδολογίας.

3. Η Αξιολόγηση

Η αξιολόγηση είναι μια πολύ σημαντική και απαραίτητη εκπαιδευτική διαδικασία που πρέπει να είναι πλήρως ενσωματωμένη στη διδασκαλία/μάθηση των μαθηματικών και να συμβάλει σε μια πιο ποιοτική μάθηση. Ο τρόπος αξιολόγησης θα πρέπει να είναι σύμφωνος και να αντανακλά τις αρχές της διδασκαλίας των μαθηματικών στα ΣΔΕ.

Η αξιολόγηση μπορεί να γίνεται σε διάφορες στιγμές της εκπαιδευτικής διαδικασίας και για διαφορετικούς σκοπούς. Στην αρχή της εκπαιδευτικής διαδικασίας συνήθως γίνεται η *αρχική ή διαγνωστική αξιολόγηση* ώστε ο εκπαιδευτικός να αρχίσει να γνωρίζει το επίπεδο του αριθμητισμού των εκπαιδευόμενων, τα ενδιαφέροντα και τις προσδοκίες τους.

Οι δύο βασικές λειτουργίες της αξιολόγησης είναι η αποτίμηση και η ανατροφοδότηση της μάθησης και της διδασκαλίας. Η αξιολόγηση βοηθά τον εκπαιδευτικό να πάρει αποφάσεις σχετικά με το περιεχόμενο και τη μορφή της διδασκαλίας (*διαμορφωτική αξιολόγηση*) μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την αποτίμηση των επιτευγμάτων του μαθητή (*αθροιστική αξιολόγηση*).

Όταν ο εκπαιδευτικός έχει στη διάθεσή του αρκετές και χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τη μάθηση των μαθητών του, μπορεί να οργανώσει και να οδηγήσει τη διδασκαλία του σε πιο ουσιαστικές και προσαρμοσμένες για τους εκπαιδευόμενους μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες.

Για να έχει μια πλήρη εικόνα για τον εκπαιδευόμενο ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιεί ποικίλες και διαφορετικές τεχνικές αξιολόγησης όπως οι ερωτήσεις ανοιχτού τύπου, η αξιολόγηση σχεδίων εργασίας και της μοντελοποίησης, η συζήτηση, η παρατήρηση και το πορτφόλιο. Όλες αυτές οι τεχνικές μπορεί να χρησιμοποιηθούν στην τάξη αλλά μερικές μπορεί να εφαρμοστούν για ειδικούς στόχους. Για παράδειγμα, με τις συζητήσεις μέσα στην τάξη ο εκπαιδευτικός μπορεί να καταλάβει καλύτερα τη σκέψη, τις στρατηγικές και την ικανότητα αιτιολόγησης του μαθητή. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιεί διαφοροποιημένα τις διάφορες τεχνικές αξιολόγησης σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητες των

εκπαιδευόμενων της τάξης του ως προς τις εμπειρίες, τις μαθησιακές δυσκολίες, τις διαπολιτισμικές και γλωσσικές διαφορές κτλ.

Στα πλαίσια της αξιολόγησης πολύ σημαντικές είναι οι διαδικασίες της αυτοαξιολόγησης και της ετεροαξιολόγησης οι οποίες μπορεί να έχουν πολύ θετική επίδραση στους εκπαιδευόμενους. Μέσα από τη συζήτηση των κριτηρίων της σωστής απάντησης αυτοί εκπαιδεύονται στην αυτοαξιολόγηση και την κριτική στάση της δικής τους εργασίας αλλά και της εργασίας των άλλων.

Σκοπός της αυτοαξιολόγησης στο συγκεκριμένο γραμματισμό είναι

- να συνειδητοποιήσουν οι εκπαιδευόμενοι τον ιδιαίτερο τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν
- να αξιοποιούν τις δυνατότητές τους και να χειρίζονται προς όφελός τους τις αδυναμίες τους
- να διακρίνουν τη μαθησιακή διεργασία από το αποτέλεσμα
- να εμπλακούν πιο βαθιά στη μαθησιακή διαδικασία, καθώς θα προσπαθούν να ανταποκριθούν στις παραπάνω διαδικασίες

Για τον σκοπό αυτό κατά την επεξεργασία κάθε ενότητας, στα πλαίσια μιας συνθετικής εργασίας που πρέπει να κάνουν, ζητείται από τους εκπαιδευόμενους όλοι από κοινού, να επισημάνουν τα βασικά βήματα – διαδικασίες που ακολουθούνται στην εργασία αυτή, όπως και τις έννοιες και τις σχέσεις που αναδεικνύονται. Έτσι παρακινούνται να αφήσουν τη μηχανική προσέγγιση, προκειμένου να διακρίνουν, να αποσαφηνίζουν και να εμβαθύνουν πάνω σε ότι έχουν δουλέψει, αλλά και στον τρόπο με τον οποίο έχουν δουλέψει.

Πιο συγκεκριμένα, για κάθε χαρακτηριστικό βήμα, διαδικασία, έννοια, σχέση που επισημαίνουν, τους ζητείται να διατυπώσουν και να απαντήσουν σε μια ερώτηση αυτοελέγχου πάνω στο πώς λειτούργησαν πάνω σ' αυτό οι ίδιοι.

Οι συνθετικές εργασίες λοιπόν μπορεί να συνοδεύονται από ένα ξεχωριστό ερωτηματολόγιο, που έχει παραχθεί ομαδικά και είναι κοινό για όλους. Αυτό δίνει

την ευκαιρία στους εκπαιδευόμενους να έχουν όλοι ένα έγκυρο κριτήριο για την αυτοαξιολόγησή τους, αλλά και για την αξιολόγηση των συναδέλφων τους.

Αφού συγκεντρωθούν και απαντηθούν από τους εκπαιδευόμενους οι ερωτήσεις που αφορούν την κάθε συνθετική εργασία, ζητείται απ' αυτούς να διατυπώσουν γενικότερες προσωπικές αυτοαξιολογικές κρίσεις, όπως να εκτιμήσουν τι τους διευκόλυνε και με ποιο τρόπο, τι τους δυσκόλεψε, όπως και τι σκέφτονται για το ξεπέρασμα της δυσκολίας. Ακόμα τους ζητείται να θέσουν κάποιους προσωπικούς στόχους για τη συνέχιση της δουλειάς τους. Έτσι ενθαρρύνονται να εκτιμήσουν τις επιτυχίες τους, να δουν καθαρά τις δυσκολίες τους τις οποίες μπορούν να συνδυάσουν με τους απώτερους στόχους τους.

Οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να συγκεντρώσουν τις εργασίες που θεωρούν σημαντικές για την πορεία τους μαζί με τις αυτοαξιολογικές ερωτήσεις, απαντήσεις και τα σχόλια που τις συνοδεύουν στον προσωπικό τους φάκελο (portfolio).

Στο τέλος της χρονιάς συνήθως γίνεται η *τελική ή αθροιστική αξιολόγηση* που δίνει πληροφορίες για την τελική επίδοση των εκπαιδευομένων και για τον βαθμό επίτευξης των διδακτικών και παιδαγωγικών στόχων. Αυτή γίνεται με περιγραφικό τρόπο και όχι με βαθμολογικό και περιλαμβάνει ενθάρρυνση και οδηγίες για βελτίωση.

Παράδειγμα αξιολόγησης

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα αξιολόγησης, το «διπλασιασμός του 39».

Διπλασιασμός του 39

Η δραστηριότητα

Ο διπλασιασμός του 39, είναι ένα παράδειγμα αξιολόγησης για καταστάσεις όπου υπάρχουν πολλοί τρόποι απάντησης όπως αυτές με τους νοερούς υπολογισμούς. Τέτοιες δραστηριότητες επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό να γνωρίσει τις διάφορες

στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευόμενοι στους υπολογισμούς και να ανατροφοδοτεί τη διδασκαλία του.

Δουλεύει όλη η τάξη μαζί. Οι απαντήσεις των εκπαιδευόμενων και οι τρόποι που υπολογίζουν το αποτέλεσμα μπορεί να ζητηθούν προφορικά ή γραπτά. Αν είναι γραπτά η απάντηση του εκπαιδευόμενου μπορεί να κρατηθεί και στο ατομικό του πορτφόλιο.

Επίπεδο: Α' τάξη, 2Αρ.2.5.

Το πρόβλημα

Ο Πέτρος αγόρασε για τα παιδιά του δύο αυτοκινητάκια που το καθένα στοιχίζει 39€. Υπολογίζει με το μυαλό του πόσα θα πληρώσει. Μπορείς να τον βοηθήσεις να υπολογίσει με δύο διαφορετικούς τρόπους;

Μια απάντηση:

1^ο τρόπος: $39=30+9$, $39+39 \rightarrow 30+9+30+9 \rightarrow 30+30+9+9 \rightarrow 60+18=78$

Αυτή είναι μια γνωστή στρατηγική πρόσθεσης όπου και οι δύο αριθμοί διαχωρίζονται σε δεκάδες και μονάδες και προσθέτονται χωριστά οι δεκάδες και οι μονάδες. Ονομάζεται στρατηγική **διαχωρισμού ή (1010)**.

2^{ος} τρόπος: Το 39 είναι 40-1, άρα $39+39 \rightarrow (40-1) + (40-1) = 80-2=78$

Άλλες πιθανές απαντήσεις

1. Κρατείτε σταθερό το 39 και προστίθεται σε αυτό το άλλο 39 το οποίο διασπάτε σε δεκάδες (30) και μονάδες (9). Το 9 μπορεί να αναλυθεί σε 8+1.

$$39+30=69 \rightarrow 69+1=70 \rightarrow 70+8=78$$

Αυτή είναι μια γνωστή στρατηγική πρόσθεσης όπου ο ένας αριθμός κρατείται σταθερός και ο άλλος προστίθεται διαδοχικά αφού διασπαστεί σε μονάδες και δεκάδες. Η στρατηγική αυτή ονομάζεται στρατηγική **συσσώρευσης ή (N10)**.

2. Κρατείτε σταθερό το 39 και προστίθεται σε αυτό το 39 διαδοχικά με δεκάδες (10+10+10+10+9).

$$39+10=49 \rightarrow 49+10=59 \rightarrow 59+10=69 \rightarrow 69+9=78$$

Αυτή είναι μια παραλλαγή της παραπάνω στρατηγικής που γίνεται με διαδοχικά βήματα ανά 10 και βασίζεται στην αρίθμηση.

3. Επειδή το 39 είναι κοντά στο 40 αφαιρούμε μια μονάδα από το δεύτερο αριθμό και την προσθέτουμε στο 39 για να γίνει 40.

$$39+39 \rightarrow (39+1)+(39-1)=40+38=78$$

Η στρατηγική αυτή εφαρμόζεται όταν οι αριθμοί της πράξης είναι κοντά σε δεκάδα και ονομάζεται **αντιστάθμιση**. Αντισταθμίζω παίρνω από τον έναν αριθμό και βάζω στον άλλο.

4. Αναλύεται το 39 σε 35 και 4

$$39+39 \rightarrow (35+4) + (35+4) \rightarrow (35+35) + (4+4) = 70+8=78$$

Διδακτικές οδηγίες

Δουλεύουμε με όλη την τάξη μαζί. Θέτουμε το ερώτημα στους εκπαιδευόμενους και ζητούμε από αυτούς να απαντήσουν και να παρουσιάσουν τον τρόπο που υπολόγισαν. Είναι πολύ σημαντικό οι εκπαιδευόμενοι να παρουσιάζουν προφορικά ή γραπτά τον τρόπο που υπολογίζουν. Εκτός του ότι είναι μια μεταγνωστική

διαδικασία ωφέλιμη γνωστικά για τον εκπαιδευόμενο, ο εκπαιδευόμενος ελέγχει τα βήματα στον υπολογισμό που κάνει και μπορεί να δει καλύτερα τα πιθανά λάθη του. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να βλέπει τον τρόπο που σκέφτονται οι εκπαιδευόμενοι. Γίνονται επίσης φανεροί οι διάφοροι τρόποι υπολογισμού οι οποίοι μπορεί να παρουσιαστούν και να συγκριθούν μεταξύ τους.

Στην αρχή ή για κάποιους εκπαιδευόμενους δεν είναι εύκολο να εξηγούν τον τρόπο που σκέφτονται στον υπολογισμό. Είναι μια ικανότητα που δημιουργείται και ενδυναμώνεται με την εξάσκηση.

Αρκετοί εκπαιδευόμενοι μπορεί να κάνουν με το μυαλό τους τα βήματα του γραπτού αλγόριθμου (9 και 9 κάνει 18, 8 και ένα το κρατούμενο, 3 και 3 κάνει 6, 6 και 1 κάνει 7 άρα 78). Αυτή η συμπεριφορά με τα βήματα του γραπτού αλγόριθμου εμφανίζεται όταν διδάσκουμε πολύ νωρίς τους γραπτούς αλγόριθμους και δεν ασκούμε τους εκπαιδευόμενους στους νοερούς υπολογισμούς.

Στόχος της διδασκαλίας είναι οι εκπαιδευόμενοι να γίνουν ευέλικτοι στους νοερούς υπολογισμούς, δηλαδή να γνωρίζουν πολλές στρατηγικές και να επιλέγουν κάθε φορά την πιο κατάλληλη σύμφωνα με τους αριθμούς της πράξης. Γι'αυτό καλό είναι στο τέλος να παρουσιάζονται και να συζητούνται όλοι οι τρόποι υπολογισμού των εκπαιδευόμενων.

4. Η Τεχνολογία

Σε πολλά έγγραφα πολιτικής που δημοσιεύονται τα τελευταία χρόνια δίνεται έμφαση στη χρήση των ΤΠΕ στη διδασκαλία του αριθμητισμού (π.χ. η έκθεση Moser DfEE, (1999), η έκθεση Tomlinson (DfES, 2004), και το Skills White Paper (DfE Setal, 2005). Η έμφαση αυτή στις ΤΠΕ οφείλεται αφενός στην σπουδαιότητα που έχουν οι ίδιες οι ΤΠΕ και αφετέρου στην πεποίθηση σχετικά με την ικανότητα των ΤΠΕ να βελτιώνουν τη διδασκαλία και τη μάθηση στον αριθμητισμό. Στην έκθεση Moser DfEE, (1999), γίνονται οι εξής δηλώσεις:

- Οι ΤΠΕ είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την αύξηση των επιπέδων του γραμματισμού και αριθμητισμού

- Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές και το λογισμικό πολυμέσων παρέχουν ελκυστικούς τρόπους μάθησης
- Το διαδίκτυο επιτρέπει την πρόσβαση στα καλύτερα υλικά και τις πιο συναρπαστικές ευκαιρίες μάθησης
- Οι ΤΠΕ προσφέρουν ένα νέο ξεκίνημα για τους ενήλικες που επιστρέφουν στην εκπαίδευση
- Το διαδίκτυο και η ψηφιακή τεχνολογία της τηλεόρασης μπορεί να φτάσουν μέσα στο σπίτι
- Οι εκπαιδευόμενοι που χρησιμοποιούν τις ΤΠΕ για τις βασικές δεξιότητες διπλασιάζουν την αξία του χρόνου σπουδών τους, αποκτώντας δύο σύνολα δεξιοτήτων ταυτόχρονα.

Οι Parsons and Bynner (2005) σε έρευνά τους σε ενήλικες συνέκριναν τις ικανότητες τους στον αριθμητισμό με την πρόσβασή τους και τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και του διαδικτύου και βρήκαν ότι όσοι έχουν φτωχές ικανότητες στον αριθμητισμό έχουν και μικρότερες πιθανότητες να έχουν και να χρησιμοποιούν ηλεκτρονικό υπολογιστή ή το διαδίκτυο. Αυτό δείχνει μια σχέση μεταξύ των ικανοτήτων του αριθμητισμού και της χρήσης των ΤΠΕ.

Στην εκπαίδευση των ενηλίκων στον αριθμητισμό μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσομοιώσεις παιχνιδιών στον υπολογιστή, αριθμομηχανές και άλλες ψηφιακές συσκευές. Υπάρχει ένας μικρός αριθμός ερευνών στην εκπαίδευση ενηλίκων στον αριθμητισμό με τη χρήση κινητής τεχνολογίας.

Το Max Trax ήταν ένα παιχνίδι προσομοίωσης αθλημάτων το οποίο επικεντρώνονταν στις ικανότητες του αριθμητισμού (Kambouri et. al., 2003). Εκπαιδευόμενοι όλων των ηλικιών και ικανοτήτων και από τα δύο φύλα θεώρησαν το παιχνίδι διασκεδαστικό και οι περισσότεροι εκπαιδευόμενοι ήταν ικανοί να συνδυάσουν γρήγορα τον αριθμητισμό με τις απαιτήσεις του παιχνιδιού. Ωστόσο, τα άτομα ηλικίας άνω των 30 που είχαν περιορισμένη ή καθόλου εμπειρία από παιχνίδια στον υπολογιστή δέχτηκαν μια μεγάλη ποσότητα μάθησης.

Οι Attewell and Savill-Smith (2004) σε ένα πολυεθνικό πρόγραμμα έρευνας που εξέταζε τις δυνατότητες των κινητών τηλεφώνων ως εξαρτήματα εκμάθησης για τους νέους ενήλικες (ηλικίας 16-24 ετών), διαπίστωσαν ότι σχεδόν οι μισοί από τους ερωτηθέντες της έρευνας του Ηνωμένου Βασιλείου (44%) εκδήλωσαν ενδιαφέρον για τη χρήση παιχνιδιών στο τηλέφωνο για να βελτιώσουν τις ικανότητές τους στα μαθηματικά. Ωστόσο, πολλοί από αυτούς τους νέους ενήλικες τόνισαν ότι τα εκπαιδευτικά παιχνίδια πρέπει να είναι διασκεδαστικά ή ακόμα και ημι-εθιστικά, προκειμένου να διατηρήσουν το ενδιαφέρον.

Στα Σχολεία Δεύτερης Ευκαιρίας υπάρχει ιδιαίτερο μάθημα για τον Πληροφορικό Γραμματισμό, όπου οι εκπαιδευόμενοι έχουν την ευκαιρία να διδαχτούν το αντικείμενο των ΤΠΕ, επομένως η χρήση των ΤΠΕ στον αριθμητικό γραμματισμό γίνεται περισσότερο ως ένα διδακτικό μέσο. Η χρήση των ΤΠΕ παρουσιάζεται και στις τέσσερις τροχιές περιεχομένων.

Στην τροχιά της Αίσθησης του Αριθμού και της Πράξης υπάρχει ιδιαίτερη υπό-τροχιά με την ονομασία χρήση της αριθμομηχανής που αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο μπορούν οι αριθμομηχανές να συμβάλουν στη ανάπτυξη του αριθμητισμού στους ενήλικες. Εδώ διδάσκεται η χρήση της αριθμομηχανής και παρουσιάζεται ως ένα μέσο για τον έλεγχο της ορθότητας των πράξεων αλλά τονίζεται και η λειτουργική της χρήση με σκοπό την βαθύτερη κατανόηση της σημασίας των αριθμών και των πράξεων. Η αριθμομηχανή μπορεί να γίνει ένα μέσο για εξάσκηση στους νοερούς υπολογισμούς, τους κατ'εκτίμηση υπολογισμούς, τις ιδιότητες του συστήματος αρίθμησης, κτλ.

Η τεχνολογία στην τροχιά αυτή είναι σημαντική και απαραίτητη σε πολλά σημεία όπως: για την γρήγορη και ταυτόχρονη παρουσίαση των ρητών αριθμών (κλάσματα, δεκαδικοί και ποσοστά) με διάφορες αναπαραστάσεις, για την παρουσίαση της ισοδυναμίας των κλασμάτων, για την παρουσίαση καταστάσεων αναλογιών και των γραφημάτων τους, κτλ.

Στην τροχιά Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα η τεχνολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παρουσιαστούν και να φανούν οι διάφορες κανονικότητες,

να γίνουν οι αναπαραστάσεις πολλών δεδομένων σε γραφήματα και πίνακες και να παρουσιαστούν ταυτόχρονα τα διάφορα στάδια μιας μοντελοποίησης.

Στην γεωμετρία μπορεί να συμβάλουν σημαντικά στη μάθηση των ενηλίκων η χρήση των διαφόρων προγραμμάτων δυναμικής γεωμετρίας όπως: Geogebra, Cabri-Geometry και Sketchpad. Η τεχνολογία μας προσφέρει τώρα γεωμετρικά σχήματα στο δυσδιάστατο και τρισδιάστατο χώρο γρήγορα και εύκολα τα οποία δεν θα μπορούσαμε να έχουμε με συμβατικούς τρόπους.

Στη στατιστική και τις πιθανότητες με τα προγράμματα όπως το Excel, μπορεί να συλλέγονται μεγάλος αριθμός δεδομένων τα οποία επεξεργάζονται και παρουσιάζονται οι γραφικές τους αναπαραστάσεις με το πάτημα ενός κουμπιού. Με την τεχνολογία επίσης μπορεί να διεξάγονται εύκολα ελεγχόμενα πειράματα πιθανοτήτων και να δίνεται η γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων.

5. Διδασκαλία και Διδακτική Μεθοδολογία

Οι εκπαιδευόμενοι σ' ένα Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας φέρουν όλα τα ιδιαίτερα μαθησιακά χαρακτηριστικά των ενηλίκων εκπαιδευομένων.

- Έχουν επιτακτικές καθημερινές ανάγκες και υποχρεώσεις, ενώ διαθέτουν περιορισμένο χρόνο. Αυτό σημαίνει πως είναι ανοικτοί και διαθέσιμοι για γνώσεις που αναδεικνύουν και ενθαρρύνουν τις δυνατότητές τους στην επαγγελματική, την κοινωνική και την προσωπική σφαίρα της ζωής τους.
- Διαθέτουν μεγάλο απόθεμα εμπειριών τις οποίες επιθυμούν να αξιοποιήσουν, να αξιολογήσουν ή να αναδομήσουν προς όφελός τους.

Μια πρώτη βασική, λοιπόν, αρχή της διδασκαλίας σε ενήλικες είναι να λαμβάνονται υπ' όψιν τα προσωπικά δεδομένα, οι ανάγκες και οι προτεραιότητες του κάθε εκπαιδευόμενου ξεχωριστά. Από την άλλη, η ομαδοποίηση των εκπαιδευομένων σε τάξεις αναδεικνύει μια άλλη διάσταση των εκπαιδευτικών αναγκών τους, ως ομάδας. Ο εκπαιδευτικός καλείται κάθε φορά να χειρισθεί τη δυναμική της ομάδας προς όφελος των εξατομικευμένων εκπαιδευτικών αναγκών των εκπαιδευομένων.

Ο μόνος τρόπος για να μπορέσει να ισορροπήσει ανάμεσα στις δυο αυτές δεσμευτικές συνθήκες (εξατομίκευση – ομαδικότητα) είναι να έχει την ελευθερία της επιλογής της συγκεκριμένης και ξεχωριστής για κάθε ομάδα εκπαιδευόμενων, διαδρομής μέσα από τις διδακτικές ενότητες του δικού του γραμματισμού, αλλά και άλλων γραμματισμών στα πλαίσια της διαθεματικότητας.

Ακόμη είναι σημαντικό, στα πλαίσια της ομάδας και των διαπροσωπικών σχέσεων, να δημιουργείται φιλικό και θετικό επικοινωνιακό κλίμα, ώστε το έδαφος να είναι πρόσφορο για να εκφραστούν πρωτότυπες ιδέες και γόνιμες αντιπαραθέσεις. Γι' αυτό βασική αρχή της διδασκαλίας και της μεθοδολογίας είναι ο καλός χειρισμός της δυναμικής της ομάδας από την πλευρά του εκπαιδευτή.

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του αριθμητικού γραμματισμού, διαμορφώνουν τις εξής πιο ειδικές διδακτικές αρχές:

- Η απόκτηση της γνώσης είναι μια διαδικασία εμπλουτισμού, επεξεργασίας και επαναδόμησης της ήδη υπάρχουσας γνώσης. Έτσι γίνεται το πέρασμα σε νέες και πιο σύνθετες έννοιες. Είναι αναγκαίο οι εκπαιδευόμενοι να ανακαλύπτουν, να αναστοχάζονται, να ξαναοργανώνουν τη γνώση τους.
- Τα μαθηματικά εκτός από αντικείμενο γνώσης είναι ένα εργαλείο που κατασκευάζεται για να λύνει προβλήματα και να δημιουργεί νέα γνώση. Γι' αυτό, η απόκτηση της γνώσης είναι και μια διαδικασία κατασκευής. Είναι χρήσιμο για τους εκπαιδευόμενους να διαπιστώσουν ότι μπορούν να κάνουν εκτός από το να μάθουν μαθηματικά.
- Η γνώση που αποκτιέται, εξαρτάται άμεσα από το πλαίσιο μέσα στο οποίο αποκτήθηκε. Οι εισαγωγικές δραστηριότητες που προτείνει ο διδάσκων – εκπαιδευτής καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό το πόσο επιτυχώς και σε συνδυασμό με την προηγούμενη εμπειρία του, ο εκπαιδευόμενος θα επικοινωνήσει με τη νέα γνώση που θα παραχθεί.

Διδακτική μεθοδολογία και τεχνικές

Οι παραπάνω αρχές διδασκαλίας υποστηρίζονται από κατάλληλες εκπαιδευτικές μεθόδους και τεχνικές. Η εξατομικευμένη διδασκαλία, η ομαδοκεντρική διδασκαλία, η μέθοδος σχεδίου δράσης (project), της δημιουργίας φακέλου του εκπαιδευόμενου (portfollio), είναι εκπαιδευτικές μέθοδοι που προσφέρονται για την εξυπηρέτηση των ειδικών εκπαιδευτικών στόχων και των αρχών διδασκαλίας που προαναφέρθηκαν.

Για την υλοποίηση κάθε μιας από τις εκπαιδευτικές αυτές μεθόδους μπορεί να χρησιμοποιηθούν τεχνικές όπως η εισήγηση, η συζήτηση, οι ερωταπαντήσεις, η πρακτική άσκηση, η λύση προβλήματος, η μαθηματική αντιμετώπιση καθημερινού προβλήματος, η σχηματική αναπαράσταση μαθηματικού προβλήματος, η μελέτη περίπτωσης (πραγματικό ή σχεδιασμένο περιστατικό όπου εμπλέκονται και μαθηματικά), ο καταγισμός ιδεών κ.α.

Έχει δε παρατηρηθεί ότι στην πράξη, πολλές φορές γίνεται ένας συνδυασμός των εκπαιδευτικών μεθόδων και τεχνικών, άλλοτε προγραμματισμένα και άλλοτε αυθόρμητα. Η επιλογή και οι συνδυασμοί τους που κάθε φορά καθορίζεται

- από τον ιδιαίτερο χαρακτήρα της θεματικής ενότητας που διδάσκεται
- από τη δυναμική των εκπαιδευομένων
- από την προτεραιότητα στους εκπαιδευτικούς στόχους που θέτουν κάθε φορά οι εκπαιδευόμενοι ή ο διδάσκων.

Η επιτυχία της επιλογής και του συνδυασμού μεθόδων και τεχνικών κρίνεται από

- τις αλλαγές που γίνονται στο γνωστικό πεδίο των εκπαιδευομένων
- την επίκληση και την ανάδυση των εμπειριών των εκπαιδευομένων
- το κατά πόσο οι εκπαιδευόμενοι εκτίθενται με γόνιμο τρόπο στην εμπειρία

6. Πώς χρησιμοποιείται αυτό το κείμενο (οδηγός εκπαιδευτικού)

Οι τροχιές διδασκαλίας

Πρώτος ο Simon (1995) χρησιμοποίησε την έκφραση τροχιές μάθησης για να αναπαραστήσει “τα βήματα με τα οποία μπορεί να προχωρήσει η μάθηση” (σελ.

135) όταν οι μαθητές αναπτύσσονται από ένα δικό τους αρχικό σημείο προς ένα προτεινόμενο μαθησιακό στόχο. Ονομάζει αυτές τις τροχιές υποθετικές επειδή τα μαθησιακά βήματα του κάθε μαθητή δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων.

Στις μέρες μας ο όρος τροχιές μάθησης ή τροχιές διδασκαλίας μάθησης χρησιμοποιείται ευρέως στην εκπαίδευση των μαθηματικών και στην σύνταξη σύγχρονων προγραμμάτων σπουδών. Οι Clements and Sarama (2004) όρισαν τις τροχιές μάθησης ως εξής: *“περιγραφές της σκέψης και μάθησης των παιδιών σε ένα ειδικό μαθηματικό τομέα και μια σχετική πιθανή διαδρομή διαμέσου ενός συνόλου διδακτικών έργων που είναι σχεδιασμένα να δημιουργήσουν αυτές τις νοητικές διεργασίες ή δράσεις με σκοπό να κινήσουν τα παιδιά διαμέσου μιας αναπτυξιακής προόδου των επιπέδων σκέψης”* (σελ. 83).

Τα περιεχόμενα του αριθμητισμού χωρίζονται στις παρακάτω τέσσερις βασικές τροχιές:

1. Η Τροχιά Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης (Αρ.)
2. Η Τροχιά Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα (Αλ.)
3. Η Τροχιά Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις (Γ)
4. Η Τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες (Π)

Κάθε βασική τροχιά χωρίζεται σε υπό-τροχιές όπως παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

Αρ.	Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης
Αρ.1	Φυσικοί Αριθμοί
Αρ.2	Πράξεις
Αρ.3	Κλάσματα
Αρ. 4	Δεκαδικοί αριθμοί
Αρ. 5	Ποσοστά
Αρ. 6	Λόγος και Αναλογία
Αλ.7	Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

Αλ.8	Δυνάμεις
Αρ.9	Χρήση της Αριθμομηχανής

Αλ.	Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα
Αλ.1	Κανονικότητες - Συναρτήσεις
Αλ.2	Βασικές αλγεβρικές έννοιες
Αλ.3	Αναπαραστάσεις

Γ.	Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις
Γ.1	Γεωμετρία
Γ.2	Χωρικές σχέσεις
Γ.3	Μετρήσεις

Σ.	Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες
Σ.1	Ανάγνωση, ερμηνεία, συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων
Σ.2	Ανάλυση δεδομένων
Σ.3	Αξιολόγηση συμπερασμάτων και δηλώσεων
Σ.4	Πιθανότητες

Τα επίπεδα

Αυτή η μαθησιακή και διδακτική ανάπτυξη που περιγράφεται από τις τροχιές μπορεί να αντιστοιχηθεί και σε επίπεδα ανάπτυξης που αντιστοιχούν σε ηλικίες ή βαθμίδες εκπαίδευσης. Για τα Σχολεία Δεύτερης Ευκαιρίας (ΣΔΕ) προσδιορίσαμε τα παρακάτω πέντε επίπεδα και τις αντιστοιχίες τους με τις δύο τάξεις στα ΣΔΕ:

Επίπεδο 1: Αρχικός αριθμητισμός

Επίπεδο 2: Ενδιάμεσο χαμηλό (Πρώτη περίοδος Α' τάξης)

Επίπεδο 3: Ενδιάμεσο υψηλό (Δεύτερη περίοδος Α' τάξης)

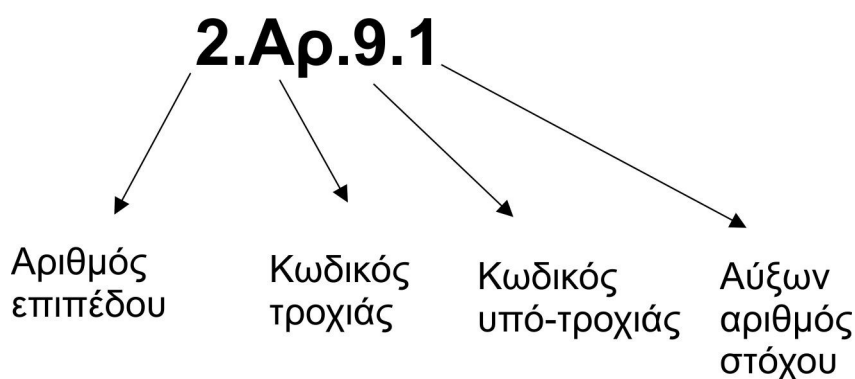
Επίπεδο 4: Τελικό χαμηλό (Πρώτη περίοδος Β' τάξης)

Επίπεδο 5: Τελικό υψηλό (Δεύτερη περίοδος Β' τάξης)

Το επίπεδο 1 (Αρχικός αριθμητισμός) αντιστοιχεί στις γνώσεις και τις δεξιότητες που διαθέτει κάποιος εκπαιδευόμενος όταν έρχεται στα ΣΔΕ. Αυτές οι γνώσεις και

δεξιότητες προέρχονται από την εμπειρία του στη ζωή ή ότι θυμάται από τη φοίτησή του στο Δημοτικό Σχολείο. Τα άλλα επίπεδα αντιστοιχούν στις Α' και Β' τάξεις όπως φαίνεται παραπάνω. Όταν λέμε πρώτη ή δεύτερη περίοδος μιας τάξης εννοούμε το πρώτο ή δεύτερο μισό αντίστοιχα της ακαδημαϊκής χρονιάς.

Οι συμβολισμοί στους επιμέρους στόχους



Οι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για τους επιμέρους στόχους ερμηνεύονται ως εξής: Ο πρώτος αριθμός δείχνει το επίπεδο, ο παραπάνω στόχος ανήκει στο 2^ο επίπεδο (Ενδιάμεσο χαμηλό -Πρώτη περίοδος Α' τάξης). Μετά ακολουθεί ο κωδικός της τροχιάς και υπο-τροχιάς. Στο παράδειγμα ο στόχος ανήκει στην τροχιά “Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης (Αρ.)” και την υπο-τροχιά “Χρήση της Αριθμομηχανής”.

Παρακάτω δίνεται ένα παράδειγμα από τον τρόπο που παρουσιάζονται οι στόχοι στους πίνακες των περιεχομένων σύμφωνα με τις βασικές τροχιές, τις υπό-τροχιές και τα πέντε εξελικτικά επίπεδα. Παρουσιάζονται οι στόχοι στην υπό-τροχιά Λόγος και Αναλογία (Αρ.6), της βασικής τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης (Αρ.). Βλέπουμε από τον πίνακα ότι οι πρώτοι έξι στόχοι (Αρ.6.1 έως Αρ.6.6) διδάσκονται στο 2^ο και 3^ο επίπεδο, δηλαδή την 1^η και 2^η περίοδο της Α' τάξης, ενώ οι στόχοι Αρ.6.7 και Αρ.6.8 διδάσκονται στο 3^ο και 4^ο επίπεδο, δηλαδή την 2^η περίοδο της Α' τάξης και την 1^η περίοδο της Β' τάξης.

Περιεχόμενα		Επίπεδα				
		1	2	3	4	5
Αρ.	Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης					
Αρ. 6	Λόγος και Αναλογία					
Αρ.6.1	Εξασκούνται σε διάφορες καταστάσεις της καθημερινότητας και διακρίνουν τους λόγους και τις αναλογίες. Διακρίνουν τις καταστάσεις με ψευδοαναλογίες.		•	•		
Αρ.6.2	Συνδέουν την έννοια του λόγου με το κλάσμα		•	•		

Αρ.6.3	Εξασκούνται σε καταστάσεις όπου οι λόγοι είναι ίσοι και προσδιορίζουν την αναλογία		•	•		
Αρ.6.4	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν λόγους που είναι παγκόσμιες σταθερές (π.χ. το π , οι σικιές, κτλ.)		•	•		
Αρ.6.5	Χρησιμοποιούν την έννοια της αναλογίας και την άγνωστη τέταρτη ανάλογο (π.χ. $\alpha/\beta=x/\gamma$) για να υπολογίζουν ποσά απρόσιτα σημεία (π.χ. ο υπολογισμός του ύψους της πυραμίδας του Χέοπα από το Θαλή)		•	•		
Αρ.6.6	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών όπως όταν πολλαπλασιάζω ή διαιρώ και τους δύο όρους του λόγου με τον ίδιο αριθμό η αναλογία δεν αλλάζει		•	•		
Αρ.6.7	Αναγνωρίζουν και υπολογίζουν καταστάσεις με αντιστρόφως ανάλογα ποσά			•	•	
Αρ.6.8	Δημιουργούν πίνακες όπου καταγράφονται οι τιμές αναλόγων και αντιστρόφως αναλόγων ποσών. Σταδιακά καταλήγουν στις γενικές μορφές των συναρτήσεων και των γραφικών τους παραστάσεων ($\phi(\chi)=\alpha\chi$ και $\phi(\chi)=\chi/\alpha$)			•	•	

7. Τροχιές περιεχομένων

7.1. Η Τροχιά Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης

Αυτή η πρώτη τροχιά περιεχομένων, θα μπορούσαμε να πούμε ότι περιλαμβάνει τα περιεχόμενα της Αριθμητικής. Η αίσθηση του αριθμού αποτελεί το θεμέλιο του αριθμητισμού.

Η αίσθηση του αριθμού αναφέρεται στη γενική κατανόηση ενός ατόμου των αριθμών και των πράξεων και στην ικανότητα χειρισμού καταστάσεων της καθημερινής ζωής που περιέχουν αριθμούς. Η ικανότητα αυτή προϋποθέτει τη χρήση ευέλικτων, χρήσιμων και αποτελεσματικών στρατηγικών στον νοερό υπολογισμό και την εκτίμηση, για τη διαχείριση αριθμητικών προβλημάτων (McIntosh, Reys & Reys, 1992; Reys & Yang 1998 ; Sowder, 1992).

Ο όρος "αίσθηση της πράξης" περιγράφεται ως η κατανόηση της σημασίας και των μοντέλων των πράξεων, τις καταστάσεις του πραγματικού κόσμου με τις οποίες συνδέονται, και τα σύμβολα με τα οποία αναπαριστώνται. Η αίσθηση της πράξης συμπεριλαμβάνει τις σχέσεις μεταξύ των πράξεων και το αποτέλεσμα που θα έχει μια πράξη σ'ένα ζεύγος αριθμών (Huinker, 2002, σελ. 73).

Οι ενήλικες για να είναι στις μέρες μας ενεργοί πολίτες και αποτελεσματικοί εργαζόμενοι και καταναλωτές, θα πρέπει να έχουν ανεπτυγμένη εννοιολογική κατανόηση των αριθμών και των πράξεων καθώς και διαδικαστική γνώση των υπολογισμών και των αριθμητικών γεγονότων. Θα πρέπει να κατανοούν σε βάθος τις ιδιότητες του συστήματος αρίθμησης και της θεσιακής αξίας ώστε να μπορούν να διαβάζουν, να γράφουν, να ερμηνεύουν και να αναπαριστούν αριθμούς και αριθμητικές σχέσεις με ποικίλους τρόπους. Όσον αφορά την εκτέλεση των πράξεων, η ικανότητα εκτέλεσης μόνο με μολύβι και χαρτί δεν είναι αρκετή. Γνωρίζουμε ότι οι πράξεις μπορεί να εκτελεστούν με τη χρήση τριών μέσων –νοερός υπολογισμός, μολύβι και χαρτί και με αριθμομηχανές ή υπολογιστή- οι ενήλικες θα πρέπει ανάλογα με τις απαιτήσεις και την κατάσταση του υπολογισμού να επιλέγουν ευέλικτα τον πιο κατάλληλο τρόπο.

Βασικά συστατικά της αίσθησης του αριθμού αποτελούν η ικανότητα κατ'εκτίμηση υπολογισμού και η ευελιξία και αποτελεσματικότητα στους νοερούς υπολογισμούς. Οι περισσότεροι υπολογισμοί που πραγματοποιούν οι ενήλικοι στην καθημερινή τους ζωή είναι νοεροί υπολογισμοί ή κατ'εκτίμηση υπολογισμοί.

Η ευρεία χρήση στις μέρες μας των υπολογιστών και των αριθμομηχανών για την εκτέλεση των πιο σύνθετων υπολογισμών καθιστά σημαντική και αναγκαία την ικανότητα εκτίμησης. Οι ενήλικοι χρησιμοποιούν άτυπες μετρήσεις σε δραστηριότητες της ζωής όπως οι αγορές, ο υπολογισμός της ώρας, το μαγείρεμα, κ.ά. Η εκτίμηση αποτελεί μια χρήσιμη δεξιότητα για τον έλεγχο της ορθότητας των υπολογισμών ή της ακρίβειας στην επίλυση προβλήματος και οικοδομείται με βάση τις εμπειρίες και γνώσεις των ενηλίκων (Χ. Λεμονίδης, 2013). Για να μπορεί κάποιος να εκτελεί αποτελεσματικά νοερούς υπολογισμούς και εκτιμήσεις θα πρέπει να γνωρίζει μια ποικιλία από στρατηγικές και τεχνικές τις οποίες θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει η εκπαίδευση των ενηλίκων στα ΣΔΕ.

Συμπερασματικά, μπορούμε να περιγράψουμε παρακάτω κάποιους από τους βασικούς στόχους ή ορόσημα ανάπτυξης της τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης, οι οποίοι θα κάνουν ικανούς τους εκπαιδευόμενους να:

- καταλαβαίνουν τη σημασία, να αναπαριστούν συμβολικά και να μετατρέπουν τους φυσικούς, κλασματικούς, δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά από το ένα είδος στο άλλο μέσα σε πραγματικές καταστάσεις προβλημάτων.
- είναι ικανοί να υπολογίζουν χρησιμοποιώντας τα διάφορα είδη αριθμών που περιγράψαμε παραπάνω. Να εκτελούν τους τυπικούς αλγόριθμους, να υπολογίζουν με το χαρτί και το μολύβι, με νοερό τρόπο και με αριθμομηχανή.
- να γνωρίζουν και να χρησιμοποιούν στη λύση προβλημάτων και σε καθημερινές καταστάσεις τις διάφορες ιδιότητες των πράξεων στα διαφορετικά σύνολα αριθμών, όπως αντιμεταθετική ιδιότητα, επιμεριστική ιδιότητα κτλ.
- να μπορούν να αντιλαμβάνονται και να υπολογίζουν καταστάσεις στις οποίες συμπεριλαμβάνονται αναλογίες.
- να κάνουν εκτιμήσεις για να αναπτύξουν την σημασία των αριθμών και των πράξεων και για να ελέγχουν την αληθοφάνεια των αποτελεσμάτων σε αγοροπωλησίες, αποτελέσματα υπολογιστών, κτλ
- να ανακαλύψουν και να αναπτύξουν διάφορες τεχνικές και στρατηγικές εκτίμησης για τους φυσικούς, τους δεκαδικούς, τους κλασματικούς αριθμούς και τα ποσοστά.
- να αναγνωρίζουν σε ποιες καταστάσεις της ζωής είναι κατάλληλη και χρήσιμη η εκτίμηση.

Η κύρια τροχιά Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης (Αρ.) υποδιαιρείται στις υπο-τροχιές: Φυσικοί Αριθμοί (Αρ.1), Πράξεις (Αρ.2), Κλάσματα (Αρ.3), Δεκαδικοί αριθμοί (Αρ.4), Ποσοστά (Αρ.5), Λόγος και Αναλογία (Αρ.6), Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Αρ.7), Δυνάμεις (Αρ.8) και Χρήση της Αριθμομηχανής (Αρ.9)

7.1.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης

Περιεχόμενα		Επίπεδα				
		1	2	3	4	5
Αρ.	Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης					
Αρ.1	Φυσικοί Αριθμοί					
Αρ.1.1	Συνδέουν αριθμούς με ποσότητες	•				
Αρ.1.2	Αριθμούν ευθέως και αντιστρόφως μέχρι το 100	•				
Αρ.1.3	Αριθμούν ανά 2, 5 και 10 μέχρι το 100	•				
Αρ.1.4	Αναγνωρίζουν τους μονούς και ζυγούς αριθμούς	•	•			
Αρ.1.5	Διαβάζουν, γράφουν, διατάσσουν και συγκρίνουν αριθμούς μέχρι το 100.	•				
Αρ.1.6	Διαβάζουν, γράφουν, διατάσσουν και συγκρίνουν αριθμούς μέχρι το 1.000.000.		•			
Αρ.1.7	Διαβάζουν, γράφουν, διατάσσουν και συγκρίνουν αριθμούς στα εκατομμύρια			•		
Αρ.1.8	Αναγνωρίζουν τη θεσιακή αξία των ψηφίων και αναλύουν πενταψήφιους αριθμούς σε μονάδες, δεκάδες, κτλ. (π.χ. $35.367=30.000+5.000+300+60+7$)		•			
Αρ.1.9	Στρογγυλοποιούν τους αριθμούς στο πλησιέστερο 10, 100 και 1.000		•			
Αρ.2	Πράξεις					
	Πρόσθεση – Αφαίρεση					
Αρ.2.1	Χρησιμοποιούν και ερμηνεύουν τα βασικά αριθμητικά σύμβολα +, - και =	•				
Αρ.2.2	Γνωρίζουν όλα τα αριθμητικά γεγονότα της πρόσθεσης μέχρι το 10	•				
Αρ.2.3	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης	•				
Αρ.2.4	Χρησιμοποιούν και ασκούνται στην αντίστροφη σχέση μεταξύ πρόσθεσης και αφαίρεσης	•	•			
Αρ.2.5	Υπολογίζουν νοερά και εφαρμόζουν διάφορες στρατηγικές σε προσθέσεις και αφαιρέσεις διψήφιων και πολυψήφιων αριθμών	•	•	•		
Αρ.2.6	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τους γραπτούς αλγόριθμους της πρόσθεσης και αφαίρεσης για διψήφιους και πολυψήφιους αριθμούς	•	•	•		
	Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση					
Αρ.2.7	Χρησιμοποιούν και ερμηνεύουν τα βασικά αριθμητικά σύμβολα x και :	•				
Αρ.2.8	Γνωρίζουν τα πολλαπλάσια του 2, 5 και 10	•				
	Χωρίζουν στη μέση αριθμούς μέχρι το 100	•				
Αρ.2.9	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν την αντιμεταθετική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό	•				
Αρ.2.10	Χρησιμοποιούν και ασκούνται στην αντίστροφη σχέση μεταξύ πολλαπλασιασμού και διαίρεσης	•	•			
Αρ.2.11	Γνωρίζουν την προπαίδεια	•	•	•		
Αρ.2.12	Πολλαπλασιάζουν και διαιρούν αριθμούς με 10, 100 και 1.000	•	•	•		
Αρ.2.13	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση	•	•	•		
Αρ.2.14	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, 3, 5, 9 και 10	•	•	•		

Αρ.2.15	Προσδιορίζουν τους διαιρέτες αριθμών μέχρι το 100 (π.χ. το 48 διαιρείται με το 1, 2, 3, 4, ...)	•	•	•			
Αρ.2.16	Εκφράζουν το υπόλοιπο σε μια γραπτή διαίρεση ως κλάσμα	•	•	•			
Αρ.2.17	Πολλαπλασιάζουν και διαιρούν νοερά διψήφιο με μονοψήφιο αριθμό (π.χ. 25×3 , $48:6$) και εφαρμόζουν διάφορες στρατηγικές	•	•	•			
Αρ.2.18	Υπολογίζουν νοερά πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις με διψήφιους και πολυψήφιους αριθμούς και εφαρμόζουν ποικίλες στρατηγικές		•	•	•		
Αρ.2.19	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τον γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού και το συνδέουν με τον Ελληνικό Πολλαπλασιασμό καθώς και άλλους ιστορικούς αλγόριθμους		•	•	•		
Αρ.2.20	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τον γραπτό αλγόριθμο της διαίρεσης με μονοψήφιο και πολυψήφιο διαιρέτη.	•	•	•			
Αρ.2.21	Αναγνωρίζουν τους πρώτους αριθμούς και τις ιδιότητές τους		•	•			
Αρ.3	Κλάσματα						
Αρ.3.1	Διαβάζουν, γράφουν, συγκρίνουν και διατάσσουν απλά κλάσματα (π.χ. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$)	•					
Αρ.3.2	Αναπαριστούν και ονομάζουν κλάσματα χρησιμοποιώντας τρία είδη μοντέλων: μοντέλα περιοχών, σύνολα αντικειμένων και αριθμογραμμή.	•	•	•			
Αρ.3.3	Βρίσκουν και μετατρέπουν ισοδύναμα κλάσματα	•	•				
Αρ.3.4	Συγκρίνουν και διατάσσουν κλάσματα με εκτίμηση και σημεία αναφοράς το $\frac{1}{2}$, το 1 και το 0.		•	•			
Αρ.3.5	Προσθέτουν και αφαιρούν απλά και ομώνυμα κλάσματα νοερά και γραπτά (π.χ. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{2}{9} + \frac{3}{9}$)		•	•			
Αρ.3.6	Μετατρέπουν και χρησιμοποιούν καταχρηστικά κλάσματα και μεικτούς αριθμούς		•	•			
Αρ.3.7	Προσθέτουν και αφαιρούν ετερόνυμα κλάσματα και μεικτούς αριθμούς		•	•			
Αρ.3.8	Κατανοούν και πραγματοποιούν νοερά και γραπτά πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλάσματος με φυσικό αριθμό		•	•			
Αρ.3.9	Πολλαπλασιάζουν και διαιρούν κλάσματα και μεικτούς αριθμούς		•	•	•		
Αρ.3.10	Μετατρέπουν δεκαδικούς σε κλάσματα και αντίστροφα		•	•	•		
Αρ. 4	Δεκαδικοί αριθμοί						
Αρ.4.1	Διαβάζουν, γράφουν και κατανοούν τη θεσιακή αξία των ψηφίων μετά την υποδιαστολή στους δεκαδικούς αριθμούς	•					
Αρ.4.2	Μετατρέπουν κλάσματα σε δεκαδικούς και αντίστροφα (π.χ. $\frac{3}{4} = 0,75$, $3,18 = \frac{318}{100}$). Για τη μετατροπή δύσκολων κλασμάτων μπορούν να χρησιμοποιούν αριθμομηχανή.	•	•				
Αρ.4.3	Πολλαπλασιάζουν και διαιρούν δεκαδικούς αριθμούς με δυνάμεις του 10	•	•				
Αρ.4.4	Συγκρίνουν, διατάσσουν και τοποθετούν επάνω στην αριθμογραμμή δεκαδικούς αριθμούς.		•				
Αρ.4.5	Στρογγυλοποιούν δεκαδικούς στο ένα, στα δύο δεκαδικά ψηφία ή στο ακέραιο μέρος		•				
Αρ.4.6	Χρησιμοποιούν δεκαδικούς αριθμούς για να γράψουν και να διαβάσουν χρηματικές ποσότητες (π.χ. γράψτε με δεκαδικό αριθμό τα 5 λεπτά)		•				

Αρ.4.7	Διαβάζουν και γράφουν μεγάλους αριθμούς με τη βοήθεια των δεκαδικών (π.χ. 2,5 εκατομμύρια)		•	•		
Αρ.4.8	Πραγματοποιούν πράξεις νοερά με δεκαδικούς αριθμούς (π.χ. $0,75+0,5$, $0,5:2$, $3,5-1,25$)		•	•		
Αρ.4.9	Πραγματοποιούν ανταλλαγές και υπολογίζουν με χρηματικά ποσά		•	•		
Αρ.4.10	Προσθέτουν και αφαιρούν δεκαδικούς αριθμούς			•		
Αρ.4.11	Πολλαπλασιάζουν και διαιρούν δεκαδικούς αριθμούς			•		
Αρ. 5	Ποσοστά					
Αρ. 5.1	Κατανοούν τη σημασία του ποσοστού		•			
Αρ. 5.2	Διαβάζουν, γράφουν, διατάσσουν και συγκρίνουν απλά ποσοστά		•			
Αρ.5.3	Υπολογίζουν νοερά το 10% και το 1% των ποσών		•			
Αρ.5.4	Γνωρίζουν το ισοδύναμο ποσοστό από απλά κλάσματα (π.χ. $\frac{1}{4}=25\%$, $\frac{5}{10}=50\%$, $\frac{3}{4}=75\%$)		•	•		
Αρ.5.5	Αναπαριστούν δεκαδικά ποσά ως ποσοστά			•		
Αρ.5.6	Υπολογίζουν νοερά τα ποσοστά με τη βοήθεια των σημείων αναφοράς 5%, 10%, 25% και 50% (π.χ. για να βρουν το 95% του 40, αφαιρούν από το 40 το 5% που είναι το 2)			•	•	
Αρ.5.7	Γνωρίζουν και υπολογίζουν ποσοστά μεγαλύτερα του 100% και μικρότερα του 1%			•	•	
Αρ.5.8	Εφαρμόζουν την έννοια του ποσοστού σε καταστάσεις της ζωής όπως τόκος, επιτόκιο, εφορία, κ.ά.			•	•	
Αρ.5.9	Λύνουν προβλήματα ποσοστών όπου υπάρχουν: α) το αρχικό ποσό, β) το ποσοστό και γ) το τελικό ποσό. Δίνονται τα δύο και ζητείται το τρίτο.			•	•	
Αρ. 6	Λόγος και Αναλογία					
Αρ.6.1	Εξασκούνται σε διάφορες καταστάσεις της καθημερινότητας και διακρίνουν τους λόγους και τις αναλογίες. Διακρίνουν τις καταστάσεις με ψευδοαναλογίες.			•	•	
Αρ.6.2	Συνδέουν την έννοια του λόγου με το κλάσμα			•	•	
Αρ.6.3	Εξασκούνται σε καταστάσεις όπου οι λόγοι είναι ίσοι και προσδιορίζουν την αναλογία			•	•	
Αρ.6.4	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν λόγους που είναι παγκόσμιες σταθερές (π.χ. το π , οι σκιές, κτλ.)			•	•	
Αρ.6.5	Χρησιμοποιούν την έννοια της αναλογίας και την άγνωστη τέταρτη ανάλογο (π.χ. $\alpha/\beta=x/\gamma$) για να υπολογίζουν ποσά απρόσιτα σημεία (π.χ. ο υπολογισμός του ύψους της πυραμίδας του Χέοπα από το Θαλή)			•	•	
Αρ.6.6	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών όπως όταν πολλαπλασιάζω ή διαιρώ και τους δύο όρους του λόγου με τον ίδιο αριθμό η αναλογία δεν αλλάζει			•	•	
Αρ.6.7	Αναγνωρίζουν και υπολογίζουν καταστάσεις με αντιστρόφως ανάλογα ποσά				•	•
Αρ.6.8	Δημιουργούν πίνακες όπου καταγράφονται οι τιμές αναλόγων και αντιστρόφως αναλόγων ποσών. Σταδιακά καταλήγουν στις γενικές μορφές των συναρτήσεων και των γραφικών τους παραστάσεων ($f(x)=ax$ και $f(x)=x/a$)				•	•
Αρ.7	Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί					
Αρ.7.1	Εφαρμόζουν σε φυσικά μεγέθη της καθημερινότητας τους				•	

	αρνητικούς και θετικούς αριθμούς και κατανοούν τη σημασία και χρησιμότητα των αρνητικών αριθμών					
Αρ.7.2	Διαβάζουν, γράφουν, διατάσσουν και συγκρίνουν θετικούς και αρνητικούς αριθμούς			•		
Αρ.7.3	Τοποθετούν θετικούς και αρνητικούς αριθμούς στην αριθμογραμμή και τους συνδέουν με την κατεύθυνση			•		
Αρ.7.4	Προσθέτουν, αφαιρούν, πολλαπλασιάζουν και διαιρούν θετικούς και αρνητικούς αριθμούς			•	•	
Αρ.7.5	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν την έννοια της απόλυτης τιμής ενός ακέραιου αριθμού			•	•	
Αρ.8	Δυνάμεις					
Αρ.8.1	Γνωρίζουν και γράφουν το τετράγωνο ενός αριθμού			•		
Αρ.8.2	Ερμηνεύουν, γράφουν και διαβάζουν δυνάμεις ως επαναλαμβανόμενο πολλαπλασιασμό			•		
Αρ.8.3	Γνωρίζουν και βρίσκουν την τετραγωνική ρίζα αριθμών			•		
Αρ.8.4	Προσθέτουν, αφαιρούν, πολλαπλασιάζουν και διαιρούν παραστάσεις με δυνάμεις			•	•	•
Αρ.9	Χρήση της Αριθμομηχανής					
Αρ.9.1	Αναγνωρίζουν τη λειτουργία των βασικών πλήκτρων της αριθμομηχανής			•		
Αρ.9.2	Καθαρίζουν την οθόνη και μνήμη πριν από την έναρξη ενός υπολογισμού			•		
Αρ.9.3	Διορθώνουν έναν καταχωρημένο λάθος αριθμό, χρησιμοποιώντας το πλήκτρο [CE].			•		
Αρ.9.4	Μετατρέπουν στην αριθμομηχανή, ένα κλάσμα και ποσοστό σε δεκαδικό αριθμό			•	•	
Αρ.9.5	Αποφασίζουν αν σε κάποιες πράξεις χρειάζεται ή όχι η αριθμομηχανή			•	•	
Αρ.9.6	Γνωρίζουν πώς να χειριστούν λάθη στρογγυλοποίησης όπως το 3,99999 ως 4			•	•	
Αρ.9.7	Χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για να λύνουν προβλήματα ώστε να δίνεται έμφαση στη λύση του προβλήματος και όχι στην εκτέλεση των πράξεων			•	•	•
Αρ.9.8	Μπορούν να αλλάζουν το πρόσημο ενός αριθμού			•	•	•
Αρ.9.9	Μπορούν να χειριστούν πιο εξελιγμένες αριθμομηχανές που έχουν επιπλέον πλήκτρα λειτουργιών, όπως η τετραγωνική ρίζα, οι δυνάμεις και την κλασματική παράσταση.				•	•
Αρ.9.10	Αποθηκεύουν τιμές στη μνήμη του υπολογιστή και τις ανακτούν κατά τη διάρκεια ενός υπολογισμού με πολλές πράξεις				•	•
Αρ.9.11	Εξασκούνται με τη βοήθεια της αριθμομηχανής στους νοερούς υπολογισμούς			•	•	•
Αρ.9.12	Εξασκούνται με τη βοήθεια της αριθμομηχανής στους κατ'εκτίμηση υπολογισμούς			•	•	•

7.1.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Αίσθηση του Αριθμού και της Πράξης

Ενδεικτικές δραστηριότητες	
Αρ.2.	Πολλαπλασιασμός – Διάρθρωση
3Αρ.2.11	Το παιχνίδι της προπαίδειας (Γιάννης Αγιοργιωτάκης) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/To%20pexnidi%20tis%20propedias.pdf
3Αρ.2.20	Ράβδοι Ναπιερ (Χριστίνα Καρποντίνη) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Pavdoi%20Napier.pdf
Αρ. 5	Ποσοστά
2Αρ.5.8	Τα ποσοστά στην εφορία (Γιάννης Αγιοργιωτάκης) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Ta%20pososta%20stin%20eforia.pdf
2Αρ.5.9	Φύλλα εργασίας ποσοστών (Ντικράν Ματοσσιάν) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Fila%20ergasias%20pososton.pdf
Αρ. 6	Λόγος και Αναλογία
2Αρ.6.1	Γίνεται αναφορά σε καταστάσεις με αναλογίες όπως: οι τιμές των προϊόντων, οι αποστάσεις με σταθερή ταχύτητα, η μεγέθυνση, η σμίκρυνση, οι σκιές, οι κλίμακες στους χάρτες, οι συνταγές, κτλ. Ταυτόχρονα αναφέρουμε καταστάσεις ψευδοαναλογίας, όπως η ηλικία με το νούμερο παπουτσιού, η ηλικία πατέρα και παιδιού, κτλ. Στην ψευδοαναλογία τα ποσά μεγαλώνουν ή μικραίνουν ταυτόχρονα αλλά όχι με ένα σταθερό λόγο.
2.Αρ.6.3	Ο κ. Μιχάλης πουλάει σχοινί και το μετράει με οργιές. Ένα κοντό σχοινί είναι 6 οργιές και κοστίζει 4 €. Ένα μακρύτερο σχοινί στοιχίζει 6 €. Πόσες οργιές είναι το δεύτερο σχοινί; <i>Λαϊκή παροιμία:</i> Μιάμιση σαρδέλα κοστίζει 1,5 δραχμή. Οι 2,5 σαρδέλες πόσο κοστίζουν;
2.Αρ.6.4	Σε όλους τους κύκλους αν διαιρούμε το μήκος του κύκλου με τη διάμετρο ($\pi = \frac{\text{Μήκος κύκλου}}{\text{Διάμετρο}}$) θα βρούμε πάντα $\pi=3,14\dots$ Τη ίδια χρονική στιγμή αν διαιρέσουμε το μήκος οποιουδήποτε αντικειμένου με τη σκιά του θα βρούμε τον ίδιο λόγο (Η πεμπτούσια του θεωρήματος του Θαλή).
4Αρ.6.8	α) Να γίνει η γραφική παράσταση της παρακάτω κατάστασης: Ένα κιλό καρύδια αξίζουν 3 ευρώ. Πόσο αξίζουν τα 1, 2, 3, ..., x κιλά καρύδια; Γράψτε τον πίνακα τιμών. Σχεδιάστε με το χέρι και στη συνέχεια με το πρόγραμμα GeoGebra τη γραφική παράσταση. β) Να γίνει η γραφική παράσταση της παρακάτω κατάστασης: Σε ένα ταξί η αρχική ένδειξη είναι 70 λεπτά. Η διαδρομή με το ταξί στοιχίζει 50 λεπτά το χιλιόμετρο. Πόσα λεπτά θα στοιχίσει η διαδρομή 1, 2, 3, ..., x χιλιομέτρων; Γράψτε τον πίνακα τιμών. Σχεδιάστε με το χέρι και στη συνέχεια με το πρόγραμμα GeoGebra τη γραφική παράσταση.
	Προβλήματα και ασκήσεις αναλογιών σε διάφορους τομείς <i>Αναλογίες 2 Φύλλα εργασίας (Ντικράν Ματοσσιάν)</i> http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Analogies%20%20fila%20ergasias.pdf
Αρ.7	Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί
Αρ.7.4	Προσημασμένοι αριθμοί (Δημήτρης Πολυτίδης) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Prosimasmenoi%20arithmoi.pdf
Αρ.9	Χρήση της Αριθμομηχανής
2Αρ.9.1	Πραγματοποιούμε κατάλληλες ασκήσεις για αναγνωρίζουν οι εκπαιδευόμενοι τη

	<p>λειτουργία των πλήκτρων [On/off], των πλήκτρων των ψηφίων 0-9, και των πράξεων +, -, x, και : του =, του σημείο της υποδιαστολής των δεκαδικών αριθμών και τη λειτουργία του συμβόλου %.</p>
2Αρ.9.2	<p>Το πλήκτρο [C / CE] (clear and clear entry) ή [CE / C] χρησιμοποιείται για τον καθαρισμό της οθόνης, για τη μνήμη είναι το πλήκτρο [CM] (clear memory) ή [MC] (memory clear). Είναι καλό πριν την έναρξη της χρήσης ο εκπαιδευτικός να ρωτά αν η οθόνη των εκπαιδευόμενων είναι καθαρή.</p>
2Αρ.9.5	<p>Στην παρακάτω άσκηση δίνονται πράξεις στις οποίες οι εκπαιδευόμενοι είναι ελεύθεροι να επιλέξουν με ποιον τρόπο θα υπολογίσουν το αποτέλεσμα. Δίνοντας ένα φύλλο εργασιών με τέτοιου είδους ασκήσεις, ζητάμε να καταγράψουν οι μαθητές μόνο το αποτέλεσμα και δίπλα να σημειώσουν αν το υπολόγισαν νοερά ή με τη βοήθεια του υπολογιστή τσέπης. Στο τέλος κουβεντιάζουμε το πώς εργάστηκαν και γιατί.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $1200 : 6 =$ • $6 \times 249 =$ • $250 \times 4 =$ • $1365 : 5 =$ • $1275 + 1275 + 1275 + 1275 =$ • $1201 - 1197 =$ • $499 + 499 =$ • Το μάθημα Μαθηματικών ξεκινά στις 9.45 π.μ. διαρκεί 55 λεπτά. Τι ώρα τελειώνει;
3Αρ.9.7	<p>Στο πρόβλημα: <i>Η cosmote χρεώνει 0,07 € για κάθε 27 δευτερόλεπτα διάρκειας ενός τηλεφωνήματος. Τι χρέωση θα έχει το τηλεφώνημα που θα διαρκέσει 33 λεπτά και 5 δευτερόλεπτά;</i></p> <p>προτείνεται η χρήση της αριθμομηχανής ώστε οι μαθητές να επικεντρωθούν στη λύση του προβλήματος και όχι στους υπολογισμούς.</p> <p>Καλό είναι σε τέτοια προβλήματα με την παρουσία των αριθμομηχανών, οι εκπαιδευόμενοι να ασκηθούν στο να ακολουθούν το παρακάτω βήματα:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Αναλύω την κατάσταση (Ποιο είναι το πρόβλημα) • Οργανώνω τους υπολογισμούς (Τι πρέπει να γίνει) • Καταγράφω το σχέδιο των υπολογισμών (Ποιοι είναι οι απαραίτητοι χειρισμοί) • Πραγματοποιώ τους υπολογισμούς <p>Σε κάθε περίπτωση οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να καταγράψουν στο τετράδιό τους τον τρόπο λύσης που θα ακολουθήσουν με ένα σχηματικό τρόπο. Διαφορετικά υπάρχει περίπτωση να χαθεί ο στόχος τους κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.</p>
5Αρ.9.10	<p>Ο υπολογιστής τσέπης μπορεί να έχει τέσσερα πλήκτρα που σχετίζονται με τη μνήμη: [MC] για να καθαρίσουν τη μνήμη, [MR] για να ανακτήσουν τον αριθμό που</p>

αποθηκεύθηκε στη μνήμη, [M+] για να προσθέσουν τον αριθμό που θέλουν να καταχωρηθεί στη μνήμη και [M-] για να αφαιρέσουν έναν αριθμό από τη μνήμη.

5Αρ.9.11 Χαρακτηριστικές ασκήσεις για αυτόν τον στόχο είναι οι ασκήσεις του τύπου «σπασμένα πλήκτρα στην αριθμομηχανή»

Χρησιμοποιείτε μόνο από αυτά τα πλήκτρα στην αριθμομηχανή σας.

1		0		5		+		=
---	--	---	--	---	--	---	--	---

Δημιουργήστε τους παρακάτω αριθμούς. Πατήστε όσο το δυνατόν λιγότερα πλήκτρα.

16, 22, 37, 61, 88,

Καταγράψτε πώς το κάνατε.

Στην επόμενη άσκηση αν και η αριθμομηχανή είναι χρήσιμη, για να βρεθεί το αποτέλεσμα οι εκπαιδευόμενοι χρειάζεται να λειτουργήσουν με νοερούς υπολογισμούς, ώστε να τα καταφέρουν, π.χ. Έστω ότι το πλήκτρο 4 της αριθμομηχανής σας δεν λειτουργεί. Πώς μπορείς παρόλ' αυτά να δουλέψεις για να λύσεις τις παρακάτω πράξεις:

- $34 \times 676 =$
- $43 \times 676 =$
- $33 \times 674 =$
- $44 \times 676 =$
- $44 \times 444 =$

Για να καταφέρει να απαντήσει με επιτυχία ο εκπαιδευόμενος απαιτείται να έχει κατανοήσει τη δομή των αριθμών και να χρησιμοποιήσει τις ιδιότητες τους με τον παρακάτω τρόπο:

$$34 \times 676 = (33 \times 676) + (1 \times 676) \text{ κ.α.}$$

ή να διπλασιάσει / υποδιπλασιάσει τους αριθμούς, όπως:

$$44 \times 444 = 22 \times 888.$$

4Αρ.9.12 Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια απόδειξη από Παντοπωλείο, δηλαδή μια λίστα από προϊόντα και τις τιμές τους. Οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουν κατ'εκτίμηση το σύνολο της απόδειξης και στη συνέχεια να βρουν το ακριβές ποσό με τη βοήθεια της αριθμομηχανής. Όποια ομάδα είναι πιο κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα είναι και η νικήτρια.

ΠΑΝΤΟΠΩΛΕΙΟ	
Απόδειξη λιανικής πώλησης	
Γιαούρτη	1,56
Σοκολάτες	2,42
Χαρτοπετσέτες	0,88
Αλάτι	1,11
Φρυγανιές	1,24

Λάδι	17,89
Γάλα	1,29
Μακαρόνια	0,99
Μερέντα	2,61
Μπισκότα	1,33
Σύνολο	

7.2. Η Τροχιά Κανονικότητας, Συναρτήσεις και Άλγεβρα

Λέγεται ότι τα Μαθηματικά ορίζονται ως η μελέτη των κανονικοτήτων. Μέσω των μαθηματικών αναγνωρίζονται, αναλύονται, περιγράφονται και αναπαριστώνται με μαθηματικά σύμβολα και τύπους οι κανονικότητες που παρουσιάζονται στις διάφορες επιστήμες όπως στην οικονομία, στη φυσική, στην αστρονομία, αλλά και στις τέχνες όπως στη μουσική, στη ζωγραφική και στην ποίηση.

Στη σύγχρονη ζωή όλο και περισσότερο χρησιμοποιούνται τα περιεχόμενα και το λεξιλόγιο της στοιχειώδους άλγεβρας. Λέμε στην καθημερινή γλώσσα 'είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων', 'οι θερμοκρασίες θα έχουν αρνητικές τιμές'. Βλέπουμε τίτλους στις ειδήσεις για εκθετική ανάπτυξη του εθνικού χρέους. Πολλά καθημερινά φαινόμενα δίνουν τη δυνατότητα σύνδεσης με έννοιες, όπως οι μεταβλητές, οι εξισώσεις, οι συναρτήσεις και τα γραφήματα.

Η άλγεβρα μπορούμε να πούμε ότι είναι μια γενική, συμπυκνωμένη και σύντομη γλώσσα των μαθηματικών. Εκφράζει σχέσεις και γενικές σημασίες μέσω των τύπων. Αποτελεί μια συνέχεια της αριθμητικής προς πιο πλατιές και γενικευμένες μαθηματικές καταστάσεις. Για τον λόγο αυτό η τροχιά της Άλγεβρας ακολουθεί μετά την τροχιά της Αριθμητικής. Στην αριθμητική έχουμε συγκεκριμένους αριθμούς και οι καταστάσεις που διαπραγματευόμαστε αφορούν κάποια ειδική περίπτωση κάθε φορά. Η άλγεβρα ασχολείται με γενικές καταστάσεις και χρησιμοποιεί τους γενικευμένους αριθμούς (αλγεβρικούς αριθμούς, μεταβλητές και αγνώστους). Απαιτείται χρόνος και λεπτός διδακτικός χειρισμός για μια ομαλή γνωστική μετάβαση των εκπαιδευόμενων από την αριθμητική στην άλγεβρα.

Σε ένα ακαδημαϊκό περιβάλλον, η μελέτη της άλγεβρας επικεντρώνεται συνήθως στους κανόνες χειρισμού των συμβόλων σε καταστάσεις όπως η απλοποίηση τύπων, η λύση εξισώσεων και τέλος εφαρμόζονται αυτοί οι κανόνες σε μερικές

κατηγορίες λεκτικών προβλημάτων. Αυτές οι ικανότητες θεωρούνται εισαγωγικές για τα επόμενα μαθήματα των μαθηματικών. Παρόμοια πορεία ακολουθεί και η παραδοσιακή διδασκαλία που επικεντρώνεται στο αφηρημένο και τους κανόνες. Έτσι οι μαθητές που πετυχαίνουν γενικεύουν πολλές αριθμητικές αρχές και αποκτούν ειδικές μαθηματικές ικανότητες αλλά δεν γνωρίζουν που μπορούν να χρησιμοποιήσουν αυτές τις γνώσεις.

Η διδασκαλία της άλγεβρας στα πλαίσια του αριθμητικού γραμματισμού στο Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας δεν μπορεί να ακολουθήσει αυτή τη φορμαλιστική και απομακρυσμένη από την πραγματικότητα διδακτική πορεία. Θα ακολουθηθεί μια πορεία που θα ξεκινάει από τον πραγματικό κόσμο (κανονικότητες, σχέσεις, μαθηματικές καταστάσεις) και θα κινείται προς το αφηρημένο μέσω της μοντελοποίησης των καταστάσεων χρησιμοποιώντας αλγεβρικά σύμβολα. Για παράδειγμα, μελετώντας φαινόμενα αναλογίας, π.χ. την τιμή ενός προϊόντος, δημιουργούν πίνακες τιμών και καταλήγουν στην συνάρτηση $\psi = \alpha x$ ή μελετώντας τη χρέωση ενός ταξί καταλήγουν στη συνάρτηση $\psi = \alpha x + \beta$, όπου α είναι η σταθερή τιμή ανά χιλιόμετρο και β η χρέωση της σημαίας. Έτσι οι μαθητές αποκτούν βαθύτερη κατανόηση των πραγματικών φαινομένων επειδή αναλύουν τη μαθηματική τους δομή. Επίσης οι εμπειρίες των μαθητών με τη μοντελοποίηση τους μαθαίνει να δίνουν νόημα στις αφηρημένες μαθηματικές εξισώσεις.

Περιγράψουμε παρακάτω κάποιους από τους *βασικούς στόχους ή ορόσημα ανάπτυξης* της τροχιάς Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα. Οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να:

- προσδιορίζουν και να αναλύουν κανονικότητες, σχέσεις και συναρτήσεις
- μοντελοποιούν πραγματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής και να τις αναπαριστούν με μεταβλητές, εξισώσεις, συναρτήσεις, πίνακες, γραφήματα κτλ.
- ερμηνεύουν την πραγματική σημασία και την εφαρμογή των αλγεβρικών αποτελεσμάτων και γενικά των αλγεβρικών συμβολισμών.

- χρησιμοποιούν την τεχνολογία για να επεξεργάζονται δεδομένα και αλγεβρικούς τύπους.

Η κύρια τροχιά Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα (Αλ.) υποδιαιρείται στις υπο-τροχιές: Κανονικότητες – Συναρτήσεις (Αλ.1), Βασικές Αλγεβρικές Έννοιες (Αλ.2) και Αναπαραστάσεις (Αλ.3).


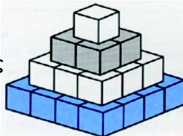
7.2.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα

Περιεχόμενα		Επίπεδα				
		1	2	3	4	5
Αλ.	Κανονικότητες, Συναρτήσεις και Άλγεβρα					
Αλ.1	Κανονικότητες - Συναρτήσεις					
Αλ.1.1	Αναγνωρίζουν και δημιουργούν επαναλαμβανόμενες αριθμητικές ή γεωμετρικές κανονικότητες και προσδιορίζουν τη μονάδα που επαναλαμβάνεται	•	•			
Αλ.1.2	Αναγνωρίζουν και περιγράφουν κανονικότητες σε ένα δεδομένο σύνολο αριθμών με μια συναρτησιακή σχέση και βρίσκουν πως οι αλλαγές σε μια ποσότητα επηρεάζουν την άλλη				•	
Αλ.1.3	Δημιουργούν έναν πίνακα από τις τιμές μιας κανονικότητας. Διατυπώνουν τον κανόνα και γράφουν μια γενική σχέση για αυτές τις τιμές.				•	
Αλ.1.4	Διερευνούν αριθμητικές και γεωμετρικές κανονικότητες και διατυπώνουν το γενικό τους όρο λεκτικά και συμβολικά με μια αλγεβρική παράσταση.				•	•
Αλ.1.5	Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν, αναλύουν, γενικεύουν και δημιουργούν μια ποικιλία από κανονικότητες, επαναληπτικές (π.χ. αριθμοί Fibonacci) γραμμικές, τετραγωνικές και εκθετικές				•	•
Αλ.1.6	Αναπαριστούν κανονικότητες με διαφορετικές αναπαραστάσεις –πίνακες, γραφήματα, προφορικές περιγραφές και εξισώσεις- και μεταβαίνουν από τη μια αναπαράσταση στην άλλη				•	•
Αλ.1.7	Διαπιστώνουν και εξηγούν τη διαφορά μεταξύ γραμμικής και εκθετικής ανάπτυξης					•
Αλ.2	Βασικές αλγεβρικές έννοιες					
Αλ.2.1	Χρησιμοποιούν γράμματα για να εκφράσουν μεγέθη σε τύπους (π.χ. τύποι εμβαδών, όγκων, φυσικής, κτλ.)	•	•			
Αλ.2.2	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν τη σωστή σειρά των πράξεων	•	•			
Αλ.2.3	Επιλύουν αρχικά απλές εξισώσεις ενός βήματος της μορφής: $a + x = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $5x = 15$, $3x + 5 = 20$, κτλ. με τη λογική της αριθμητικής	•	•			
Αλ.2.4	Χρησιμοποιούν την αντικατάσταση για να ελέγξουν τη λύση μιας εξίσωσης		•			
Αλ.2.5	Κατανοούν τις διαφορετικές σημασίες και χρήσεις των μεταβλητών (π.χ. $3x + 2 = 8$, $\psi = 3x + 2$, $E = \beta \cdot u$, $\beta + (-\beta) = 0$).				•	
Αλ.2.6	Αντικαθιστούν τιμές των μεταβλητών σε απλές σχέσεις και εκτιμούν				•	

Αλ.2.7	Απλοποιούν μια παράσταση συνδυάζοντας κοινούς όρους					•	
Αλ.2.8	Εφαρμόζουν την αντιμεταθετική, την προσεταιριστική και επιμεριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού στις παραστάσεις					•	
Αλ.2.9	Μοντελοποιούν καταστάσεις που καταλήγουν σε γενικούς αλγεβρικούς τύπους και εξισώσεις					•	•
Αλ.2.10	Μεταφράζουν με μεταβλητές διάφορες καταστάσεις και εκφράσεις της καθημερινής ζωής και γλώσσας					•	•
Αλ.2.11	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τους κανόνες και ιδιότητες για τη λύση εξισώσεων αρχικά με τη βοήθεια μοντέλων όπως η ζυγαριά					•	
Αλ.2.12	Λύνουν ανισώσεις πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο					•	•
Αλ.2.13	Μοντελοποιούν καταστάσεις που καταλήγουν σε σύστημα γραμμικών εξισώσεων						
Αλ.2.14	Λύνουν συστήματα γραμμικών εξισώσεων					•	•
Αλ.2.15	Μοντελοποιούν καταστάσεις που καταλήγουν σε εξίσωση δευτέρου βαθμού						•
Αλ.2.16	Βρίσκουν τις λύσεις μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια του τύπου						•
Αλ.2.17	Μετατρέπουν ένα τριώνυμο σε γινόμενο παραγόντων						•
Αλ.2.18	Προσθέτουν και αφαιρούν πολυώνυμα						•
Αλ.3	Αναπαραστάσεις						
Αλ.3.1	Γνωρίζουν το Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Δημιουργούν ένα καρτεσιανό επίπεδο χαράσσοντας και βαθμολογώντας τους άξονες και ψ.					•	
Αλ.3.2	Δημιουργούν και συνδέουν διάφορες αναπαραστάσεις της συνάρτησης: λεκτικές, συμβολικές, πίνακες, γραφήματα						•
Αλ.3.3	Δημιουργούν πίνακα τιμών για μια εξίσωση με δύο μεταβλητές						•
Αλ.3.4	Τοποθετούν σε σύστημα συντεταγμένων διατεταγμένα ζεύγη από μια εξίσωση ή δεδομένα από πίνακα						•
Αλ.3.5	Προσδιορίζουν τα σημεία και τις συντεταγμένες τους στο γράφημα μιας εξίσωσης						•
Αλ.3.6	Σε γράφημα πρωτοβάθμιας εξίσωσης προσδιορίζουν την κλίση και το σημείο τομής με τον άξονα των ψ και τα αντιστοιχίζουν με τους συντελεστές της εξίσωσης						•
Αλ.3.7	Χρησιμοποιούν το γράφημα για να απαντούν σε ερωτήσεις σχετικά με μια σχέση στη συνάρτηση						•
Αλ.3.8	Βρίσκουν την εξίσωση μιας ευθείας με βάση το γράφημα						•
Αλ.3.9	Χρησιμοποιούν την τεχνολογία για να κατασκευάζουν ποικιλία γραφημάτων						•
Αλ.3.10	Χαράσσουν το γράφημα της συνάρτησης $\psi = ax^2$						•

7.2.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Κανονικότητας, Συναρτήσεις και Άλγεβρα

Ενδεικτικές δραστηριότητες	
Αλ.	Κανονικότητας, Συναρτήσεις και Άλγεβρα

Αλ.1	Κανονικότητες - Συναρτήσεις										
4.Αλ.1 .4	<p><i>Παρατηρώ τους αριθμούς και συμπληρώνω την έκτη σειρά. Βρίσκω και διατυπώνω το γενικό κανόνα.</i></p> <p><i>Το τρίγωνο του Πασκάλ</i></p>  <p>Μπλεζ Πασκάλ (1623 - 1662 μ.Χ.), Γάλλος μαθηματικός</p> <pre> 1 1 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 1 5 10 10 5 1 </pre>										
Αλ.2	Βασικές αλγεβρικές έννοιες										
4.Αλ.2 .9	<p>Τυραμίδα</p>  <p>Ο αριθμός των κύβων που μπαίνουν σε κάθε επίπεδο της διπλανής τυραμίδας εξαρτάται από ένα κανόνα. Στον πίνακα φαίνεται ο αριθμός των κύβων στα 3 πρώτα επίπεδα.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ΕΠΙΠΕΔΟ</th> <th>ΚΥΒΟΙ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1ο</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2ο</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3ο</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4ο</td> <td>;</td> </tr> </tbody> </table> <p>Βρείτε πόσοι κύβοι είναι στο 4^ο επίπεδο της τυραμίδας. Πόσοι θα είναι στο 10^ο επίπεδο; Βρείτε το γενικό κανόνα.</p>	ΕΠΙΠΕΔΟ	ΚΥΒΟΙ	1ο	1	2ο	4	3ο	9	4ο	;
ΕΠΙΠΕΔΟ	ΚΥΒΟΙ										
1ο	1										
2ο	4										
3ο	9										
4ο	;										
5.Αλ.2 .9	<p>Συναρτήσεις (Σωκράτης Ντριάνκος) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Sinartisis.pdf</p>										
Αλ.3	Αναπαραστάσεις										
5.Αλ.3 .10	<p>Να παραστήσετε γραφικά στο GeoGebra τη συνάρτηση $3x^2$. Προβλέψτε ποια θα είναι η παράσταση των συναρτήσεων $3x^2+1$, $3x^2+2$, $3x^2-1$, $3x^2-3$, $-3x^2$ και $3x^2-2$.</p>										

7.3. Η Τροχιά Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις

Η γεωμετρία είναι ένα μάθημα που διδάσκεται σε όλο τον κόσμο από τότε που υπάρχει οργανωμένη εκπαίδευση και η Ελληνική παράδοση με την Ευκλείδεια Γεωμετρία έχει επηρεάσει σημαντικά τη διδασκαλία αυτού του μαθήματος. Η γεωμετρία, ο χώρος και οι μετρήσεις μας βοηθούν να αναπαραστήσουμε με οργανωμένο τρόπο ότι βλέπουμε στον κόσμο μας. Τα γεωμετρικά σχήματα που δημιούργησε ο ανθρώπινος πολιτισμός είναι ιδεατές αναπαραστάσεις της μορφής κάποιων αντικειμένων της πραγματικότητας.

Οι ενήλικοι στην καθημερινή τους ζωή αποκτούν πάρα πολλές εμπειρίες από το περιβάλλον τους, οι οποίες είναι σχετικές με τη γεωμετρία και το χώρο. Σχεδιάζουν μικρές κατασκευές στο σπίτι, βάφουν, ζωγραφίζουν, χρησιμοποιούν πυξίδες και

GPS για να προσανατολιστούν στο χώρο, κτλ. Χρησιμοποιούν δηλαδή άτυπα τους κανόνες και τις ιδιότητες που διέπουν τυπικά την γεωμετρία και το χώρο. Στη διδασκαλία των ενηλίκων πρέπει να δοθεί έμφαση σε δραστηριότητες στις οποίες μπορεί κάποιος να χειριστεί τις έννοιες και τις ιδιότητες της γεωμετρίας. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια κάποιων προγραμμάτων σε υπολογιστές όπου είναι δυνατόν κάποιος να επεξεργάζεται τη φύση και τις ιδιότητες τρισδιάστατων και δυσδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων. Μπορούν να προταθούν εμπειρικές καταστάσεις λύσης προβλήματος οι οποίες επιτρέπουν την πραγματική παρατήρηση φαινομένων που προκύπτουν από την αλλαγή κλίμακας, γωνιών, μέτρου, κτλ.

Η μέτρηση είναι επίσης μια από τις βασικές καθημερινές διαδικασίες. Πραγματοποιείται στο εργασιακό περιβάλλον, στο σπίτι, στην ψυχαγωγία, κτλ. Για παράδειγμα, σε ένα ταξίδι μετρούμε τις αποστάσεις που διανύουμε, το χρόνο ή την κατανάλωση της βενζίνης. Οι ενήλικοι εκπαιδευόμενοι μπορεί να ανακαλύψουν και να κατανοήσουν τα διάφορα μετρήσιμα χαρακτηριστικά των αντικειμένων της ζωής μέσα από το χειρισμό βιωματικών καταστάσεων όπου χρησιμοποιούνται τυπικές και άτυπες μονάδες μέτρησης. Μέσω αυτής της ρεαλιστικής προσέγγισης μπορεί να αποκτηθεί η ορολογία της μέτρησης και η εννοιολογική κατανόηση της μέτρησης στα μεγέθη του μήκους, του εμβαδού, του όγκου, του χρόνου, της θερμοκρασίας, της χωρητικότητας, του βάρους, της μάζας και της γωνίας.

Οι έννοιες σε αυτήν την τροχιά της Γεωμετρίας, Χώρου και Μετρήσεων που χρειάζεται ένα άτομο για να λειτουργήσει εξαρτώνται από τον τρόπο ζωής και την εργασία του. Οι Ginsburg et. al. (2006, σελ. 16) προτείνουν τις παρακάτω ομάδες εννοιών που χρειάζονται γενικά οι άνθρωποι για να συμμετάσχουν πλήρως στη σημερινή κοινωνία:

- 1. Άμεση μέτρηση**, π.χ. χρήση χάρακα ή ταινία μέτρησης με σταθερές μονάδες, μετατροπή μεταξύ κοινών μονάδων, και εκτίμηση μήκους με τη χρήση μερικών προσωπικών σημείων αναφοράς
- 2. Έμμεση μέτρηση**, π.χ. χρήση της αναλογίας όμοιων σχημάτων, το Πυθαγόρειο θεώρημα, ή τριγωνομετρικοί λόγοι

3. **Γωνίες και ευθείες**, π.χ. χρήση των ιδιοτήτων των παραλλήλων ή των καθέτων ευθειών και των σχέσεων μεταξύ των ζευγών των γωνιών (παραπληρωματικών ή συμπληρωματικών)
4. **Χαρακτηριστικά των σχημάτων**, π.χ. κατηγοριοποίηση των σχημάτων σύμφωνα με τον αριθμό των πλευρών και των γωνιών
5. **Περίμετρος, εμβαδόν και όγκος**, π.χ. κατανόηση της βάσης των τύπων οι οποίοι παρέχουν μια μέθοδο για να προσδιορίζονται αυτά τα χαρακτηριστικά από απλούστερα μέτρα όπως το μήκος, πλάτος, ύψος και ακτίνα
6. **Επίπεδο με συντεταγμένες**, π.χ. χρήση ζευγών συντεταγμένων (x, ψ) για αν προσδιορίζεται η θέση σημείων στο επίπεδο

Αυτή η τροχιά της Γεωμετρίας, Χώρου και Μετρήσεων συναντιέται και αλληλεπιδρά με τις άλλες τροχιές των περιεχομένων του αριθμητισμού. Όπως είδαμε το Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων με τους άξονες x και ψ στο επίπεδο χρησιμοποιείται για τις γραφικές παραστάσεις στην τροχιά Μοτίβα, συναρτήσεις και Άλγεβρα. Επίσης η μέθοδος της μοντελοποίησης που είδαμε σε αυτήν την τροχιά χρησιμοποιείται για να αναδειχθούν οι κανονικότητες (οι τύποι) που υπάρχουν π.χ. στα κανονικά στερεά ισχύει ο τύπος $K+E=A+2$. Κοινά σημεία βρίσκουμε επίσης και με την πρώτη τροχιά της Αίσθησης του αριθμού και της πράξης όπου τα αποτελέσματα της μέτρησης ποσοτικοποιούν τους φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς ή τα εμβαδά και οι όγκοι παραπέμπουν στις τετραγωνικές και κυβικές δυνάμεις αντίστοιχα.

Περιγράφονται παρακάτω κάποιοι από τους βασικούς στόχους ή ορόσημα ανάπτυξης της τροχιάς αυτής οι οποίοι επιτρέπουν τους εκπαιδευόμενους να:

- εφαρμόζουν τη γεωμετρία σε εμπειρικές καταστάσεις και να τη χρησιμοποιούν για να αναλύουν και να περιγράφουν περιπτώσεις της τέχνης και της επιστήμης που σχετίζονται με αυτήν

- διακρίνουν και να εφαρμόζουν τις γεωμετρικές ιδιότητες στον μικρο-χώρο, μέσο-χώρο και μακρο-χώρο
- γνωρίζουν τις ιδιότητες, να συγκρίνουν μεταξύ τους, να ονομάζουν, να ορίζουν και να ταξινομούν τα γεωμετρικά σχήματα
- χρησιμοποιούν την τεχνολογία για να μελετούν και να χειρίζονται περιεχόμενα της γεωμετρίας και έννοιες του χώρου
- πραγματοποιούν μετρήσεις επιλέγοντας τις κατάλληλες μονάδες και τα κατάλληλα εργαλεία μέτρησης που απαιτούνται σε κάθε περίπτωση
- πραγματοποιούν εκτιμήσεις αλλά και ακριβείς μετρήσεις με βαθμό ακρίβειας τέτοιο που απαιτείται κάθε φορά.

Η κύρια τροχιά Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις (Γ) υποδιαιρείται στις υπό-τροχιές: Γεωμετρία (Γ.1), Χωρικές σχέσεις (Γ.2) και Μετρήσεις (Γ.3).

7.3.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις

Περιεχόμενα		Επίπεδα				
		1	2	3	4	5
Γ.	Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις					
Γ.1	Γεωμετρία					
Γ.1.1	Αναγνωρίζουν στον περιβάλλοντα χώρο, ονομάζουν, χαράζουν, περιγράφουν τις ιδιότητες και ορίζουν επίπεδα σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο, ορθ. παραλληλόγραμμο, παραλληλόγραμμο, ρόμβο, τραπέζιο πολύγωνα και κύκλο) και στερεά σώματα (κύβο, σφαίρα, πυραμίδες, κύλινδρο, κώνο, κτλ)	•	•			
Γ.1.2	Διακρίνουν και ονομάζουν τα χαρακτηριστικά των στερεών σωμάτων (έδρες, κορυφές, ακμές) και των επίπεδων σχημάτων (πλευρές και γωνίες)	•	•			
Γ.1.3	Προσδιορίζουν τους άξονες συμμετρίας σε δυσδιάστατα σχήματα και εικόνες	•	•			
Γ.1.4	Διαχωρίζουν και ταξινομούν τα παραλληλόγραμμα σύμφωνα με τις ιδιοτήτές τους.	•	•			
Γ.1.5	Ανασηματίζουν ένα σχήμα με βάση τα μέρη του για να υπολογίζουν ή να συγκρίνουν την επιφάνειά του.		•			

Γ.1.6	Προσδιορίζουν και χαράσσουν, παράλληλες, κάθετες και τυχαία τεμνόμενες ευθείες	•	•				
Γ.1.7	Γνωρίζουν και ονομάζουν τις γωνίες που σχηματίζονται από δύο τεμνόμενες ευθείες και από μια ευθεία που τέμνει δύο παράλληλες ευθείες	•	•				
Γ.1.8	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν το σύστημα των 360° για τη μέτρηση των γωνιών και των στροφών	•	•				
Γ.1.9	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν την ιδιότητα ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180°	•	•				
Γ.1.10	Εκτιμούν, μετρούν και χαράσσουν γωνίες και γνωρίζουν τους όρους, οξεία, ορθή, αμβλεία και ευθεία γωνία	•	•				
Γ.1.11	Προσδιορίζουν τρίγωνα με βάση τα χαρακτηριστικά τους			•			
Γ.1.12	Προσδιορίζουν διάφορους τύπους πολυγώνων και μελετούν τα χαρακτηριστικά τους			•			
Γ.1.13	Προσδιορίζουν τα στοιχεία του κύκλου: κέντρο, ακτίνα, διάμετρος, τόξο.			•			
Γ.1.14	Μπορούν να λύνουν πρακτικά προβλήματα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων		•	•	•	•	•
Γ.1.15	Προσδιορίζουν σχήματα που είναι ίσα ή όμοια. Βρίσκουν και χρησιμοποιούν το λόγο της ομοιότητας για να μεγεθύνουν ή να σμικρύνουν σχήματα και εικόνες.				•	•	
Γ.1.16	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς της αξονικής και κεντρικής συμμετρίας, της παράλληλης μεταφοράς, στροφής και ομοιότητας.				•	•	
Γ.1.17	Γνωρίζουν και εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο θεώρημα				•	•	
Γ.1.18	Γνωρίζουν το θεώρημα του Θαλή και μπορούν να το χρησιμοποιούν στον υπολογισμό μηκών και απρόσιτων μηκών με τη χρήση της τετάρτης αναλόγου ($\alpha/\beta=x/\gamma$).				•	•	
Γ.1.19	Μέσα από τη διαπραγμάτευση θεμάτων ιστορίας των μαθηματικών και πολιτισμού εξασκούνται και εφαρμόζουν γεωμετρικές έννοιες		•	•	•	•	
Γ.2	Χωρικές σχέσεις						
Γ.2.1	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν τα τέσσερα σημεία του ορίζοντα (Βορράς, Νότος, Ανατολή και Δύση) και τις δευτερεύουσες διευθύνσεις (Βορειοανατολικά, κτλ) για τον προσανατολισμό στο χώρο.	•	•	•			
Γ.2.2	Χρησιμοποιούν χάρτες με σύστημα συντεταγμένων και προσδιορίζουν θέσεις (π.χ. Α3).				•	•	
Γ.2.3	Χρησιμοποιούν το πρόγραμμα Google Earth για να βρίσκουν τοποθεσίες.				•	•	
Γ.2.4	Χαράσσουν διαγράμματα σε καμβά χρησιμοποιώντας δισδιάστατα σχήματα για να αναπαραστήσουν το μέγεθος και τη θέση αντικειμένων				•	•	
Γ.2.5	Μεγεθύνουν ή σμικρύνουν ένα σχήμα ή μια εικόνα σε λευκό ή τετραγωνισμένο χαρτί				•	•	
Γ.2.6	Συνδυάζουν, διαχωρίζουν, περιστρέφουν, ανασχηματίζουν ή μετασχηματίζουν σχήματα για να δημιουργήσουν διάφορα σχήματα (π.χ. τάγκραμ)		•	•	•		
Γ.2.7	Εντοπίζουν και τοποθετούν σημεία σ'ένα τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων				•	•	

Γ.2.8	Αναγνωρίζουν και χαράσσουν δισδιάστατες οπτικές τρισδιάστατων αντικειμένων από διαφορετικές προοπτικές					•	•
Γ.2.9	Δημιουργούν ένα τρισδιάστατο αντικείμενο από δισδιάστατες αναπαραστάσεις					•	•
Γ.2.10	Αναγνωρίζουν ένα μοτίβο ή μοντέλο για να αναπαράγουν ή να εντοπίσουν ένα σχήμα ή αντικείμενο (π.χ. αναπτύγματα στερεών).					•	•
Γ.3	Μετρήσεις						
Γ.3.1	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν μη συμβατικά (π.χ. πιθαμές, οργιές) και συμβατικά (π.χ. μέτρο, μετροταινία) μέσα μέτρησης του μήκους	•	•				
Γ.3.2	Γνωρίζουν, χρησιμοποιούν και μετατρέπουν τις μονάδες μέτρησης του μήκους: μέτρα, εκατοστά, χιλιοστά, χιλιόμετρα, μίλια και πόδια.	•	•				
Γ.3.3	Εκτιμούν αποστάσεις		•	•	•		
Γ.3.4	Εφαρμόζουν κλίμακες σε χάρτες			•	•	•	
Γ.3.5	Γνωρίζουν και υπολογίζουν την ώρα σε συμβατικά και ψηφιακά ρολόγια	•	•				
Γ.3.6	Μετατρέπουν και υπολογίζουν με τις μονάδες του χρόνου: ώρες, λεπτά, δευτερόλεπτα, ημέρες, εβδομάδες, μήνες, χρόνια και αιώνες.	•	•				
Γ.3.7	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν την γραμμή του χρόνου	•	•				
Γ.3.8	Γνωρίζουν και χρησιμοποιούν την έννοια της σταθερής ταχύτητας σε συνάρτηση με την απόσταση και το χρόνο: $u=d/t$		•	•			
Γ.3.9	Εκτιμούν την απόσταση, την ταχύτητα και την ώρα σε ταξίδια		•	•			
Γ.3.10	Κατανοούν, ερμηνεύουν, υπολογίζουν και εφαρμόζουν λόγους μεγεθών που περιέχουν χρόνο (π.χ. Km/h, m/sec), συχνότητα (π.χ. θερμίδες/ημέρα), κατανάλωση (π.χ. Kw/h)		•	•			
Γ.3.11	Διαβάζουν και κατανοούν τη μέτρηση της θερμοκρασίας με θερμόμετρα	•					
Γ.3.12	Υπολογίζουν με θερμοκρασίες και μετατρέπουν τις μετρήσεις μεταξύ μονάδων Celsius και Fahrenheit	•	•				
Γ.3.13	Γνωρίζουν τις μονάδες βάρους: κιλό, γραμμάριο και τόνος. Γνωρίζουν να ζυγίζουν χρησιμοποιώντας διάφορα είδη ζυγαριών και να μετατρέπουν τις μονάδες βάρους.	•	•				
Γ.3.14	Γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης χωρητικότητας: liters, milliliters. Μετατρέπουν και υπολογίζουν με τις μονάδες αυτές χρησιμοποιώντας δεκαδικούς αριθμούς.		•				
Γ.3.15	Κατανοούν τις έννοιες και τις μεταξύ τους σχέσεις μεταξύ των μονάδων μέτρησης δύο και τριών διαστάσεων, τις τετραγωνικές και κυβικές μονάδες		•	•			
Γ.3.16	Υπολογίζουν την περίμετρο ορθ. παραλληλογράμμου και άλλων κοινών σχημάτων		•	•			
Γ.3.17	Γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης εμβαδού και τις μεταξύ τους σχέσεις, γνωρίζουν τους τύπους και υπολογίζουν το εμβαδόν των τριγώνων, παραλληλογράμμων, τραπεζίου και κύκλου		•				
Γ.3.18	Γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης του όγκου και τις μεταξύ τους σχέσεις		•	•			
Γ.3.19	Υπολογίζουν, στο ορθό πρίσμα και τον κύλινδρο, το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας καθώς και τον			•			

	όγκο τους. Υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας των πυραμίδων και τον όγκο τους. Στον κώνο υπολογίζουν το εμβαδόν της κυρτής και της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του. Υπολογίζουν τον όγκο και την επιφάνεια της σφαίρας.					
Γ.3.20	Βρίσκουν το μήκος κύκλου και διακρίνουν το πως παγκόσμια σταθερά		•	•		
Γ.3.21	Υπολογίζουν το εμβαδόν και τον όγκο ακανόνιστων και σύνθετων σχημάτων χωρίζοντας το σχήμα σε μέρη		•	•	•	
Γ.3.22	Πραγματοποιούν εκτιμήσεις των μετρήσεων		•	•	•	•
Γ.3.23	Υπολογίζουν το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου από τις πλευρές του. Μπορούν με τη βοήθεια των τριγωνομετρικών αυτών αριθμών να υπολογίζουν διάφορες αποστάσεις.				•	•

7.3.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις

Ενδεικτικές δραστηριότητες	
Γ.	Γεωμετρία, Χώρος και Μετρήσεις
Γ.1	Γεωμετρία
2.Γ.1.1	Από το επίπεδο στο χώρο (Σοφία Σαρακινίδου, Ζαφειρία Αθανασοπούλου) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Apo%20to%20epipedo%20sto%20xoro.pdf Γεωμετρία (Δημήτρης Πολυτίδης) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Geometria.pdf
2.Γ.1.2	Στερεά – Μεταβλητές – Απλές εξισώσεις (Σωκράτης Ντριάνκος) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Stere%20Socratis.pdf
2.Γ.1.6	Θεμελιώσεις γεωμετρικές έννοιες (Ντικράν Ματοσσιάν) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Themeliodis%20geometrikes%20enies.pdf
2.Γ.1.7	Θεμελιώσεις γεωμετρικές έννοιες (Ντικράν Ματοσσιάν) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Themeliodis%20geometrikes%20enies.pdf
2.Γ.1.14	Παραδοσιακές στολές (Αναστασία Μαστροδήμου) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Paradosiakes%20stoles.pdf
3.Γ.1.14	Χαρταετός (Χριστίνα Καρποντίνη) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Xartaetos.pdf
4.Γ.1.16	Συμμετρία (Σοφία Σαρακινίδου, Ζαφειρία Αθανασοπούλου) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Simmetria.pdf
5.Γ.1.18	Έκλειψη ηλίου (Ειρήνη Περυσινάκη) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Ekleipsi%20hliou.pdf Το Θεώρημα του Θαλή (Αναστασία Μαστροδήμου) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/To%20Theorima%20tou%20Thali.pdf
3.Γ.1.19	Εξάντας. Μέτρηση γωνιών (Χρήστος Ψαρράς) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Exantas.%20Metrisi

	%20gonion.pdf
	Χρυσή τομή και Παρθενώνας (Γιώργος Δομουχτσής) http://mathslife.eled.uowm.gr/?q=node/287
Γ.2	Χωρικές σχέσεις
4.Γ.2.2	Το παιχνίδι της ναυμαχίας και οι συντεταγμένες (Ειρήνη Περυσινάκη) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/To%20pexnidi%20tis%20navmahias%20kai%20oi%20syntetagmenes.pdf
Γ.3	Μετρήσεις
2.Γ.3.2- 6- 13- 17-18	Μονάδες μέτρησης (Ντικράν Ματοσσιάν) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Monades%20metrasis.pdf
2.Γ.3.6	Μέτρηση χρόνου (Στυλιανή Δραγανιδάκη) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Metrisi%20xronou.pdf
2.Γ.3.7	Ευρετήριο διακοπών (Ντικράν Ματοσσιάν) http://mathslife.eled.uowm.gr/?q=node/289
3.Γ.3.19	Σχέδιο μαθήματος - Όγκος κυλίνδρου (Γιάννης Αγιοργιωτάκης) Παρουσίαση - Όγκος κυλίνδρου (Γιάννης Αγιοργιωτάκης) http://mathslife.eled.uowm.gr/?q=node/287
5.Γ.3.23	Τριγωνομετρία (Νίκος Τόμπρος) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Trigonometria.pdf

7.4. Η Τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες

Η τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες συνδέει τον αριθμητικό γραμματισμό με το γλωσσικό γραμματισμό. Ο όρος δεδομένα, που αποτελεί το επίκεντρο αυτής της τροχιάς, μπορεί να οριστεί ως η συνύπαρξη και χρήση των διάφορων μαθηματικών αναπαραστάσεων όπως πίνακες, διαγράμματα, αριθμοί, λογικοί συλλογισμοί και της γλώσσας για να περιγράψουν φαινόμενα με οπτικό, αριθμητικό και γλωσσικό τρόπο. Γραφήματα και πίνακες με δεδομένα για κατανάλωση προϊόντων, θέματα υγείας, πολιτικής και οικονομίας και προβλέψεις γεγονότων είναι μερικά παραδείγματα που δείχνουν ότι τα δεδομένα και η ερμηνεία τους συναντώνται σήμερα σε όλες τις πλευρές της ζωής μας. Έτσι τα περιεχόμενα αυτής της τροχιάς συναντώνται και χρησιμοποιούνται στην καθημερινή ζωή των ενηλίκων περισσότερο από τα περιεχόμενα των άλλων τροχιών.

Η τεχνολογία αποτέλεσε τον καθοριστικό παράγοντα για αυτήν τρομερή εξάπλωση των δεδομένων σε όλους τους τομείς της ζωής μας. Με ένα πάτημα του κουμπιού

ενός υπολογιστεί μπορεί να αναλύονται δεδομένα και να παρουσιάζονται γραφήματα και διαγράμματα τα οποία προβάλλουν τα αποτελέσματα.

Ο αριθμητισμός δεδομένων μπορεί να οριστεί ως η ικανότητα των ενηλίκων να περιγράφουν πληθυσμούς, να ασχολούνται με την αβεβαιότητα, να αξιολογούν ισχυρισμούς και να παίρνουν αποφάσεις με στοχασμό (Ginsburg et al. 2006, σελ. 18).

Τίθεται λοιπόν, το ερώτημα σχετικά με τις γνώσεις και ικανότητες αυτής της τροχιάς που θα πρέπει να διαθέτουν οι ενήλικοι στη σημερινή σύγχρονη ζωή. Αρκεί μόνο να μπορούν να αναγνωρίζουν και να διαβάζουν τις πληροφορίες των δεδομένων που παρουσιάζονται καθημερινά; Σε ποιο βαθμό θα πρέπει να γνωρίζουν τα περιεχόμενα της στατιστικής; Ποιες γνώσεις και ικανότητες απαιτούνται ώστε να είναι σκεπτόμενοι και κριτικοί πολίτες και να μην παραπλανούνται από τον επιτηδευμένο τρόπο παρουσίασης των δεδομένων που επιχειρείται πολλές φορές από κάποιους;

Οι Ginsburg et al. (2006, σελ. 19) για μια διδασκαλία ενηλίκων προσδιορίζουν τις παρακάτω τρεις ομάδες εννοιών:

- 1. Συλλογή, οργάνωση και παρουσίαση των δεδομένων**, π.χ. ο τύπος των δεδομένων και το μήνυμα που θέλουν να στείλουν προσδιορίζουν τον τύπο του διαγράμματος ή γραφήματος που είναι κατάλληλος για αυτήν την παρουσίαση
- 2. Ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων**, π.χ. αλλαγές στο σύνολο των δεδομένων μπορεί να επηρεάσει το μέσο και τη διάμεσο με διαφορετικούς τρόπους
- 3. Τυχειότητα**, π.χ. με την ορολογία των πιθανοτήτων, το μηδέν αναπαριστά ένα γεγονός που είναι αδύνατον να πραγματοποιηθεί, και το ένα αναπαριστά ένα γεγονός που θα γίνει σίγουρα

Μπορούμε να πούμε ότι για τη διδασκαλία των ενηλίκων στην τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες, εκτός των άλλων, κάποιοι *βασικοί στόχοι ή ορόσημα ανάπτυξης* είναι να γίνουν ικανοί να:

- συλλέγουν συστηματικά, να οργανώνουν και να περιγράφουν δεδομένα
- κατασκευάζουν, να διαβάζουν πληροφορίες και δεδομένα και να χρησιμοποιούν τους πίνακες και τις γραφικές παραστάσεις
- ελέγχουν την εγκυρότητα και την αλήθεια συμπερασμάτων που βγαίνουν από την επεξεργασία δεδομένων
- έχουν μια αντίληψη της πιθανότητας να συμβούν κάποια γεγονότα, όπως σε τυχερά παιχνίδια, συμβάντα, κτλ.

Η κύρια τροχιά Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες υποδιαιρείτε στις εξής υπό-τροχιές: Ανάγνωση, ερμηνεία, συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων (Σ.1), Ανάλυση δεδομένων (Σ.2), Αξιολόγηση συμπερασμάτων και δηλώσεων (Σ.3), Πιθανότητες (Σ.4).

7.4.1. Περιεχόμενα της τροχιάς Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες

Περιεχόμενα		Επίπεδα				
		1	2	3	4	5
Σ.	Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες					
Σ.1	Ανάγνωση, ερμηνεία, συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων					
Σ.1.1	Αναγνωρίζουν, μετρούν και εξάγουν δεδομένα από λίστες, πίνακες και διαγράμματα	•	•	•	•	•
Σ.1.2	Διαβάζουν και ερμηνεύουν δεδομένα που είναι οργανωμένα σε κατηγορίες	•	•	•	•	•
Σ.1.3	Ερμηνεύουν, συγκρίνουν και εξάγουν πληροφορίες από όλων των ειδών τα γραφήματα όπως ιστογράμματα, κυκλικά διαγράμματα, κτλ.		•	•	•	•
Σ.1.4	Δημιουργούν έναν πίνακα για να καταχωρήσουν και να παρουσιάσουν αριθμητικές πληροφορίες		•	•		
Σ.1.5	Κατανοούν τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούν να αναγνωριστούν και να οργανωθούν τα δεδομένα.		•	•	•	
Σ.1.6	Χειρίζονται, μεταβάλλουν και κάνουν πράξεις με τα δεδομένα ενός πίνακα στο Excel ή άλλο πρόγραμμα			•	•	

Σ.1.7	Συλλέγουν, οργανώνουν και κωδικοποιούν δεδομένα από γεγονότα της καθημερινής ζωής (π.χ. μηνιαίες δαπάνες ενός νοικοκυριού)			•	•	
Σ.1.8	Δημιουργούν γραφήματα ή άλλες οπτικές αναπαραστάσεις δεδομένων αρχικά με μολύβι και χαρτί και στη συνέχεια με τη βοήθεια της τεχνολογίας		•	•	•	
Σ.1.9	Εξάγουν, ομαδοποιούν και συγκρίνουν δεδομένα			•	•	
Σ.1.10	Ερμηνεύουν και συγκρίνουν δεδομένα σε γραφήματα με διαφορετική κλίμακα				•	•
Σ.2	Ανάλυση δεδομένων					
Σ.2.1	Προσδιορίζουν και εξοικειώνονται με τους όρους ελάχιστο, μέγιστο και εύρος σ'ένα σύνολο δεδομένων.			•	•	
Σ.2.2	Ελέγχουν και αναγνωρίζουν τα χάσματα, τις τρύπες και τις συστάδες στο σύνολο των δεδομένων για να προσδιορίσουν αν τα δεδομένα είναι ελλιπή ή περισσεύουν			•	•	
Σ.2.3	Εκφράζουν τις σχέσεις στα δεδομένα με όρους λόγων κλασμάτων και ποσοστών (π.χ. 3 στους 4, τα $\frac{3}{4}$ ή το 75%)			•	•	•
Σ.2.4	Γνωρίζουν και μπορούν να υπολογίζουν το μέσο όρο σ'ένα σύνολο δεδομένων			•	•	
Σ.2.5	Βρίσκουν τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή από τα δεδομένα ενός συνόλου				•	•
Σ.2.6	Προσδιορίζουν τις επιδράσεις του εύρους στη μέση τιμή και τη διάμεσο. Γνωρίζουν ότι οι τιμές του μέγιστου και του ελάχιστου μπορούν να επηρεάσουν πολύ την μέση τιμή αλλά δεν επηρεάζουν τη διάμεσο.				•	•
Σ.2.7	Βρίσκουν τη διακύμανση σ'ένα σύνολο δεδομένων				•	•
Σ.2.8	Κάνουν παρατηρήσεις και εξάγουν συμπεράσματα σύμφωνα με την ανάλυση των δεδομένων			•	•	•
Σ.2.9	Χρησιμοποιούν την τεχνολογία για να αναλύουν δεδομένα και να τα ερμηνεύουν	•	•	•	•	•
Σ.3	Αξιολόγηση συμπερασμάτων και δηλώσεων					
Σ.3.1	Αναγνωρίζουν εάν σ'ένα διάγραμμα ή πίνακα οι τίτλοι, τα δεδομένα, οι ετικέτες και τα ποσοστά αντιστοιχούν με τα επιχειρήματα και τις δηλώσεις.		•	•	•	•
Σ.3.2	Γνωρίζουν πότε τα ποσοστά στα γραφήματα δεν μπορούν να ξεπερνούν το 100%. Μπορούν να εκτιμούν εύκολα πάνω στα γραφήματα και να ελέγχουν αν αντιστοιχούν τα ποσοστά των 50%, 25% και 10%.		•	•	•	
Σ.3.3	Μπορούν να αναγνωρίζουν αν οι δηλώσεις που χρησιμοποιούνται όπως διπλάσιο, μισό, πενήντα της εκατό, τρεις φορές ή τέσσερις φορές, ένα τέταρτο ή ένα δέκατο είναι σωστές.		•	•	•	
Σ.3.4	Επιλέγουν τα κατάλληλα γραφήματα για να υποστηρίξουν μια θέση. Υποστηρίζουν επιχειρήματα με δεδομένα και αναπαραστάσεις δεδομένων και χρησιμοποιούν αριθμούς για να δείξουν τη δύναμη ενός επιχειρήματος.		•	•	•	•
Σ.3.5	Μετατρέπουν πίνακες σε γραφήματα για να υποστηρίξουν ένα επιχειρήμα και μετατρέπουν γραφήματα σε αφήγηση και την αφήγηση σε γραφήματα για να προάγουν μια θέση.		•	•	•	•
Σ.3.6	Μπορούν να ερμηνεύουν τις τάσεις των δεδομένων για να υποστηρίξουν ή να απορρίπτουν επιχειρήματα και δηλώσεις		•	•	•	•

	άλλων. Κατανοούν ότι η άνοδος των γραμμών σημαίνει αύξηση, η πτώση τους μείωση και η οριζόντια γραμμή σημαίνει σταθερή κατάσταση χωρίς αλλαγές.					
Σ.3.7	Αντιλαμβάνονται τότε υπάρχει αναντιστοιχία μεταξύ ποσοστών και γραφημάτων. Κατανοούν τη σημασία της αύξησης και μείωσης των μεγάλων και μικρών ποσοστών σε διάφορες καταστάσεις.			•	•	•
Σ.3.8	Αναγνωρίζουν ότι οι αριθμοί της μέσης τιμής, της διαμέσου και της επικρατούσας τιμής θεωρούνται ως «μέσοι όροι» και ότι αυτοί οι μέσοι όροι αποτελούν αντιπροσωπευτικά χαρακτηριστικά των δεδομένων και μπορούν να υποστηρίξουν ένα επιχειρήμα.				•	•
Σ.3.9	Προσδιορίζουν αν η στατιστική της μέσης τιμής ή της διαμέσου είναι κατάλληλες για τα δεδομένα. Έχουν εμπειρία από καταστάσεις μη κατάλληλης χρήσης της μέσης τιμής και της διαμέσου.				•	•
Σ.3.10	Γνωρίζουν ότι το πλάτος των στηλών μπορεί να προκαλέσει παραπλανητική πληροφορία και πως αυτή η διαστρέβλωση χρησιμοποιείται για να επηρεάσει την επιχειρηματολογία και τα συμπεράσματα				•	•
Σ.3.11	Αναγνωρίζουν τότε η παραποίηση της κλίμακας χρησιμοποιείται για να επηρεάσει την επιχειρηματολογία και τα συμπεράσματα				•	•
Σ.3.12	Αναγνωρίζουν την παραποίηση στους κυκλικούς τομείς των κυκλικών διαγραμμάτων όπως την χονδροειδή αντιστοίχιση τους με το κλάσμα ή το ποσοστό που αναπαριστούν τα δεδομένα				•	•
Σ.3.13	Μπορούν να επισημάνουν εάν οι συγγραφείς των εκθέσεων των δεδομένων μπορούν να χειριστούν τα δεδομένα για να επωφεληθούν οι ίδιοι ή να διαβάλλουν άλλους. Προσδιορίζουν ποιος παράγει την έκθεση δεδομένων και πως τα συμφέροντά τους μπορούν να επηρεάσουν την έκθεση.			•	•	•
Σ.3.14	Γνωρίζουν ότι οι διαφορετικές κατηγοριοποιήσεις των δεδομένων προκαλούν διαφορετικά συμπεράσματα				•	•
Σ.3.15	Συγκρίνουν και αντιπαραβάλλουν γραφήματα για να αξιολογήσουν αντιφάσεις ή μη υποστηριζόμενες δηλώσεις. Γνωρίζουν ότι οι δηλώσεις ή τα επιχειρήματα που βασίζονται σ'ένα γράφημα είναι μερικές φορές αντιφατικά με το άλλο γράφημα.				•	•
Σ.3.16	Κατανοούν τις μεροληψίες σε απλά δείγματα: Εξηγούν πως το μέγεθος του δείγματος επιδρά στην αξιοπιστία των δεδομένων. Εξηγούν πως η σύνθεση του δείγματος επιδρά στην αξιοπιστία των δεδομένων.				•	•
Σ.4	Πιθανότητες					
Σ.4.1	Συζητούν για πιθανά ή απίθανα γεγονότα. Κατανοούν ότι ενώ μερικά γεγονότα είναι αδύνατον να συμβούν, άλλα είναι σίγουρο ότι θα συμβούν και κάποια γεγονότα είναι πιο πιθανό να συμβούν από κάποια άλλα.	•	•			
Σ.4.2	Προσδιορίζουν την πιθανότητα των αποτελεσμάτων σε απλά γεγονότα όπως το ρίξιμο ενός νομίσματος ή ενός ζαριού	•	•			
Σ.4.3	Γνωρίζουν ότι η πιθανότητα είναι ο λόγος των ενδεχόμενων			•	•	

	επιτυχών αποτελεσμάτων προς τον αριθμό των συνολικών πιθανοτήτων. Εκφράζουν την πιθανότητα ενός γεγονότος ως λόγο, κλάσμα ή ποσοστό.					
Σ.4.4	Προσδιορίζουν και συγκρίνουν τις πιθανότητες τύχης γνωστών γεγονότων όπως λαχεία, προπό και λόττο				•	•
Σ.4.5	Βρίσκουν την πιθανότητα δύο ανεξάρτητων και εξαρτημένων γεγονότων				•	•
Σ.4.6	Κατανοούν και αξιολογούν παράγοντες και την επιρροή τους στην αύξηση ή τη μείωση της πιθανότητας ενός συμβάντος (π.χ. το κράνος μειώνει την πιθανότητα θανατηφόρου ατυχήματος στα δίκυκλα)				•	•

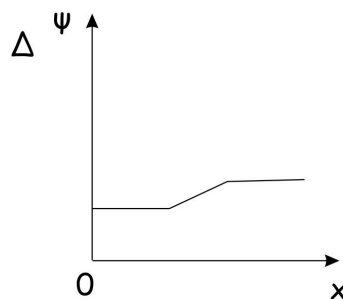
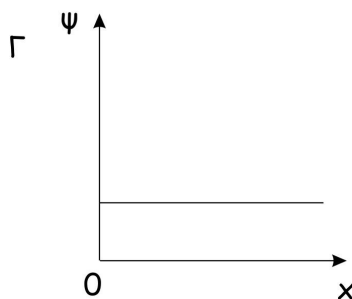
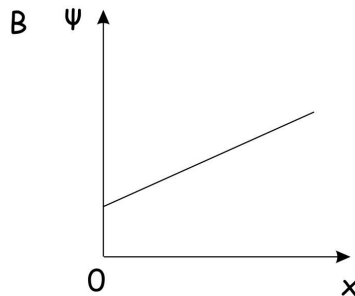
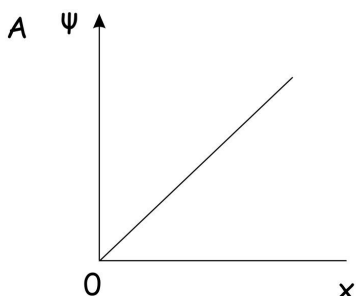
7.4.2. Ενδεικτικές δραστηριότητες της τροχιάς Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες

Ενδεικτικές δραστηριότητες	
Σ.	Δεδομένα, Στατιστική και Πιθανότητες
Σ.1	Ανάγνωση, ερμηνεία, συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων
Σ.1.3	Εισαγωγή στη Στατιστική (Σωκράτης Ντριάνκος) http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Eisagogi%20sti%20statistiki.pdf
Σ.2	Ανάλυση δεδομένων
4.Σ.2.5	Συλλέξτε δεδομένα από τους συμμαθητές της τάξης σας και βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή σε κάθε σύνολο αριθμών. Θέστε ερωτήσεις σύμφωνα με τα ενδιαφέροντά σας που να προσφέρονται για αυτές τις στατιστικές όπως: 1) Πόσα χιλιόμετρα μακριά από το σχολείο κατοικείτε; 2) Πόσα παιδιά έχεις;
Σ.3	Αξιολόγηση συμπερασμάτων και δηλώσεων

4.Σ.3.4

Πρόγραμμα τηλεφώνου

Στην Πόλυ αρέσει να μιλάει κάθε μέρα στο τηλέφωνο όσο περισσότερο μπορεί. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά ένα πρόγραμμα τηλεφώνου που της ταιριάζει; Στον άξονα ψ αναπαρίσταται το κόστος του τηλεφώνου και στον άξονα x ο χρόνος ομιλίας σε λεπτά. Η κλίμακα είναι ίδια σε όλα τα γραφήματα.



1. A 2. B 3. Γ 4. Δ 5. Κανένα από αυτά

Σ.4 Πιθανότητες

3.Σ.4.3 Βρείτε την πιθανότητα. Γράψτε την απάντησή σας με κλάσμα.

Ένα βάζο περιέχει 14 άσπρα, 18 κόκκινα και 23 μαύρα σφαιρίδια. Ένα σφαιρίδιο επιλέγεται τυχαία. $P(\text{άσπρο})$.

Δύο άτομα στην τάξη σας έχουν γενέθλια την ίδια μέρα.

7.5. Ενδεικτικές δραστηριότητες σε διάφορα θέματα

- Επίλυση προβλήματος

Το πρόβλημα στα Μαθηματικά (Δημήτρης Πολυτίδης)

<http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/To%20problima%20sta%20mathimatika.pdf>

- Διαθεματικό σχέδιο εργασία με θέμα την κατανάλωση ρεύματος

Κατανάλωση ρεύματος (Ντικράν Ματοσιάν)

<http://mathslife.eled.uowm.gr/?q=node/291>

- **Παιχνίδια με μαθηματικά**

Παιχνίδια με Μαθηματικά (Ειρήνη Περυσινάκη)

<http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/Pexnidia%20me%20mathimatika.pdf>

- **Ποια μέρα γεννήθηκε ο Ισμαήλ;**

Μια τυπική μέρα στο ΣΔΕ Αλεξανδρούπολης (Γιάννης Αγιοργιωτάκης)

<http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/typical%20day.pdf>

Γλωσσάρι

Αίσθηση του αριθμού (number sense): Η γενική κατανόηση ενός ατόμου του αριθμού και των πράξεων, μαζί με τη δυνατότητα και την τάση να χρησιμοποιήσει αυτήν την κατανόηση με ευέλικτους τρόπους, για να κάνει μαθηματικές κρίσεις και να αναπτύξει χρήσιμες και αποτελεσματικές στρατηγικές στον χειρισμό αριθμητικών καταστάσεων (McIntosh, et al. 1997, σελ. 3).

Αριθμητικά γεγονότα (number facts): Πράξεις με τα αποτελέσματά τους π.χ. $7+3=10$, $3 \times 8=24$ κτλ. Πολλά από αυτά οι μαθητές τα θυμούνται από μνήμης και τα χρησιμοποιούν στους υπολογισμούς τους.

Αριθμητισμός (numeracy) ή **Μαθηματικός γραμματισμός** (mathematical literacy): Είναι η ικανότητα του ατόμου να αναγνωρίζει και να κατανοεί τον ρόλο που παίζουν τα μαθηματικά στον κόσμο, να κάνει καλά θεμελιωμένες κρίσεις και να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά με τρόπους που ανταποκρίνονται στις ανάγκες της ζωής του ως ένας δημιουργικός, ενδιαφερόμενος και στοχαζόμενος πολίτης (OECD, 1999).

Ενάριθμος: Η λέξη *ενάριθμος* αποδίδει την κατοχή δύο χαρακτηριστικών. Το πρώτο από αυτά είναι η εξοικείωση με τους αριθμούς και η ικανότητα να χρησιμοποιεί μαθηματικές δεξιότητες που δίνουν την δυνατότητα σε ένα άτομο να αντιμετωπίζει τις πρακτικές απαιτήσεις της καθημερινής ζωής. Το δεύτερο είναι η ικανότητα να έχει κάποια εκτίμηση και κατανόηση των πληροφοριών που παρουσιάζονται με μαθηματικούς όρους, για παράδειγμα με γραφικές παραστάσεις, διαγράμματα ή πίνακες ή με αναφορές σε ποσοστά αύξησης ή μείωσης. Συνολικά, αυτά σημαίνουν ότι ένα ενάριθμο άτομο θα πρέπει να είναι ικανό να αξιολογεί και να καταλαβαίνει μερικούς από τους τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως μέσο επικοινωνίας (Cockcroft, 1982, παρ. 34).

Νοερός υπολογισμός: Νοερός υπολογισμός είναι ο υπολογισμός που πραγματοποιείται νοερά και με τη χρήση στρατηγικών. Παράγει μια ακριβή απάντηση. Πραγματοποιείται συνήθως χωρίς τη χρήση εξωτερικών μέσων, όπως

χαρτί και μολύβι, αν και μπορεί να χρησιμοποιείται το χαρτί και μολύβι, για «σύντομες σημειώσεις» που υποστηρίζουν τη μνήμη (Χ. Λεμονίδης, 2013).

Τροχιά διδασκαλίας-μάθησης (Learning-teaching trajectory): Η τροχιά διδασκαλίας-μάθησης περιγράφει τη διδακτική διαδικασία στην οποία συμμετέχουν τα παιδιά. Ο όρος, ωστόσο, δεν αναφέρεται μόνο στην πλευρά της μάθησης, αλλά έχει τρεις διαπλεκόμενες πλευρές:

- μια τροχιά *μάθησης*, που δίνει μια γενική εποπτεία της διαδικασίας μάθησης των μαθητών
- μια τροχιά *διδασκαλίας*, που αποτελείται από διδακτικές υποδείξεις, οι οποίες περιγράφουν πώς η διδασκαλία μπορεί να συνδεθεί περισσότερο αποτελεσματικά και να υποκινήσει τη διαδικασία μάθησης
- ένα περίγραμμα του περιεχομένου, το οποίο υποδεικνύει ποια από τα βασικά στοιχεία του Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών πρέπει να διδαχτούν (Van den Heuzel-Panhuizen, 2001, σελ. 13).

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Attewell, J. and Savill-Smith, C. (2004). Mobile learning and social inclusion: focusing on learners and learning', in *Learning with mobile devices: research and development: A book of papers*. London: Learning and Skills Development Agency.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.

Coben, D. (2000). Numeracy, mathematics and adult learning. In I. Gal (Ed.), *Adult Numeracy Development: Theory, research, practice* (pp. 33-50). Cresskill, NJ: Hampton Press.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. Report of the Committee of Inquiry into the Training of Mathematics in Schools. London: Her Majesty's Stationery Office.

Crowther Report (1959), 15 to 18: *A report of the Central Advisory Council for Education*, Her Majesty's Stationery Office, London.

DfEE(1999) *A Fresh Start: Improving Literacy and Numeracy. Report of the Committee of the Working Group chaired by Sir Claus Moser*. Sudbury: DfEE Publications.

DfES. (2004) *14–19 curriculum and qualification reform: Final report of the working group on 14–19 reform*. London: DfES.

DfES. (2005) *14–19 education and skills*. London: DfES.

Gal, I., van Groenestijn, M., Manly, M., Schmitt, M.J., and Tout, D. (1999). *Adult Literacy and Lifeskills Survey Numeracy Framework Working Draft*. Ottawa: Statistics Canada.

Ginsburg, L., Manly, M., and Schmitt, M. J. (2006). *The components of numeracy* [NCSALL Occasional Paper]. Cambridge, MA: National Center for Study of Adult Literacy and Learning.

Huinker, D. (2002). Examining dimensions of fractions operation sense. In B. Litwiller (Ed.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 72–78). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Johnston, B. (1994). Critical numeracy? In *Fine Print*, Vol. 16, No. 4, pp. 32-36.

Kambouri, M., Schott, G., Thomas, S., Pavlou, V. and Mellar, H. (2003) *Evaluating learn direct games for learners with skills for life needs – summary report*.

Λεμονίδης, Χ., (2013). *Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής. Νοεροί υπολογισμοί. Λογαρέζω με το τσιμίδι μ'*. Εκδόσεις Ζυγός. Θεσσαλονίκη, σελ. 440.

McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8.

McIntosh, A., Reys, B., Reys, R., Bana, J., & Farrell, B. (1997). *Number sense in school mathematics: Student performance in four countries*. Perth: MASTEC, Edith Cowan University.

Organization for Economic Cooperation and Development. OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills. A New Framework for Assessment*. Paris: OECD.

O'Donoghue, J. (2003). "Mathematics or numeracy: Does it really matter?" *Adults Learning Maths Newsletter* (18), 1-8.

Parsons, S. and Bynner, J. (2005). *Does Numeracy Matter More?* London: NRDC.

Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and Its Consequences*. New York, NY: Vintage Books.

Reys, R.E. & Yang, D.C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225-237.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114–145.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). New York: Macmillan.

Van den Heuvel – Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics: a learning – teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute & National Institute for Curriculum Development.